2012 年上海市中考数学试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）

1．在下列代数式中，次数为 3 的单项式是（　　）

A xy^2；　　B x^3+y^3；　　C． x^3y；　　D． $3xy$．

2 数据 5, 7, 5, 8, 6, 13, 5 的中位数是（　　）

A． 5；　　B． 6；　　C． 7 ；　　D． 8.

3．不等式组$\begin{cases}-2x<6\\x-2>0\end{cases}$的解集是（　　）

A． $x>-3$；　　B． $x<-3$；　　C． $x>2$；　　D． $x<2$．

4．在下列各式中，二次根式$\sqrt{a-b}$的有理化因式（　　）

A． $\sqrt{a+b}$；　　B． $\sqrt{a}+\sqrt{b}$；　　C． $\sqrt{a-b}$；　　D． $\sqrt{a}-\sqrt{b}$．

5 在下列图形中，为中心对称图形的是（　　）

A．等腰梯形；　　B．平行四边形；　　C．正五边形；　　D．等腰三角形.

6 如果两圆的半径长分别为 6 和 2，圆心距为 3，那么这两个圆的位置关系是（　　）

A．外离；　　B．相切；　　C．相交；　　D．内含.

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7．计算$\left|\frac{1}{2}-1\right|=$___________.

8．因式分解$xy-x=$___________.

9．已知正比例函数$y=kx\left(k\neq 0\right)$，点$\left(2,-3\right)$在函数上，则 y 随 x 的增大而___________（增大或减小）.

10．方程$\sqrt{x+1}=2$的根是___________.

11．如果关于 x 的一元二次方程$x^2-6x+c=0$（c 是常数）没有实根，那么 c 的取值范围是

____________.

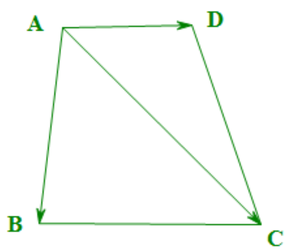
12．将抛物线 $y=x^2+x$ 向下平移 2 个单位，所得抛物线的表达式是____________.

13．布袋中装有 3 个红球和 6 个白球，它们除颜色外其他都相同，如果从布袋里随机摸出一个球，那么所摸到的球恰好为红球的概率是____________.

14．某校 500 名学生参加生命安全知识测试，测试分数均大于或等于 60 且小于 100，分数段的频率分布情况如表所示（其中每个分数段可包括最小值，不包括最大值），结合表 1 的信息，可测得测试分数在 80~90 分数段的学生有____________名.

分数段	60—70	70—80	80—90	90—100
频率	0. 2	0. 25		0. 25

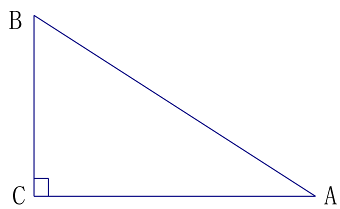
15．如图，已知梯形 $ABCD$，$AD\parallel BC$，$BC=2AD$，如果 $\overrightarrow{AD}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AB}=\vec{b}$，那么 $\overrightarrow{AC}=$____________（用 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 表示）.



16．在△ABC 中，点 D、E 分别在 AB、AC 上，$\angle ADE=\angle B$，如果 $AE=2$，△ADE 的面积为 4，四边形 $BCDE$ 的面积为 5，那么 AB 的长为____________.

17．我们把两个三角形的中心之间的距离叫做重心距，在同一个平面内有两个边长相等的等边三角形，如果当它们的一边重合时，重心距为 2，那么当它们的一对角成对顶角时，重心距为____________.

18．如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90^\circ$，$\angle A=30^\circ$，$BC=1$，点 D 在 AC 上，将△ADB 沿直线 BD 翻折后，将点 A 落在点 E 处，如果 $AD\perp ED$，那么线段 DE 的长为____________.



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）

19.（本题满分 10 分）

$$\frac{1}{2}\times\left(\sqrt{3}-1\right)^{2}+\frac{1}{\sqrt{2}-1}+3^{\frac{1}{2}}-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{-1}.$$

20.（本题满分 10 分）

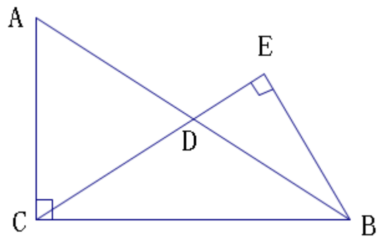
解方程：$\dfrac{x}{x+3}+\dfrac{6}{x^{2}-9}=\dfrac{1}{x-3}$.

21.(本题满分 10 分，第（1）小题满分 4 分．第（2）小题满分 6 分）

如图在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90^{\circ}$，D 是边 AB 的中点，$BE\perp CD$，垂足为点 E．已知 $AC=15$，$cosA=\dfrac{3}{5}$．

（1）求线段 CD 的长；

（2）求 $sin\angle DBE$ 的值.



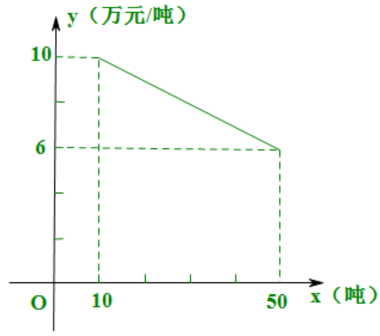
22．

某工厂生产一种产品，当生产数量至少为 10 吨，但不超过 50 吨时，每吨的成本 y（万元/吨）与生产数量 x（吨）的函数关系式如图所示.

（1）求 y 关于 x 的函数解析式，并写出它的定义域；

（2）当生产这种产品的总成本为 280 万元时，求该产品的生产数量.

（注：总成本=每吨的成本×生产数量）

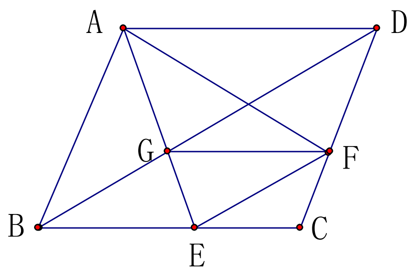


23.（本题满分 12 分，第（1）小题满分 5 分，第（2）小题满分 7 分）

已知：如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别在边 BC、CD，$\angle BAF=\angle DAE$，AE 与 BD 交于点 G.

（1）求证：$BE=DF$

（2）当要 $\dfrac{DF}{FC}=\dfrac{AD}{DF}$ 时，求证：四边形 $BEFG$ 是平行四边形.



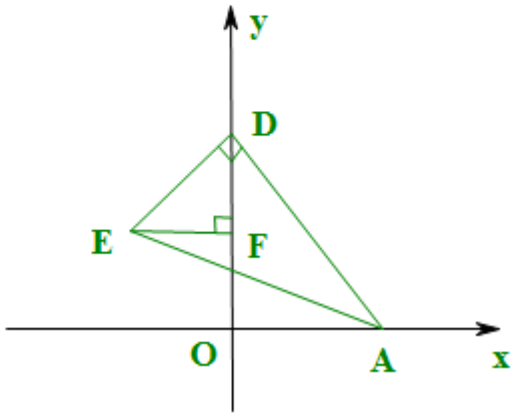
24.（本题满分 12 分，第（1）小题满分 3 分，第（2）小题满分 5 分，第（3）小题满分 4 分）

如图，在平面直角坐标系中，二次函数 $y=ax^2+6x+c$ 的图像经过点 $A(4,0)$、$B(-1,0)$，与 y 轴交于点 C，点 D 在线段 OC 上，$OD=t$，点 E 在第二象限，$\angle ADE=90^\circ$，$tan\angle DAE=\dfrac{1}{2}$，$EF\perp OD$，垂足为 F.

（1）求这个二次函数的解析式;

（2）求线段 EF、OF 的长（用含 t 的代数式表示）;

（3）当$\angle ECA=\angle OAC$时，求 t 的值.



25.（本题满分 14 分，第（1）小题满分 3 分，第（2）小题满分 5 分，第（3）小题满分 6 分）

如图，在半径为 2 的扇形 AOB 中，$\angle AOB=90^\circ$，点 C 是弧 AB 上的一个动点（不与点 A、B 重合）$OD\perp BC$，$OE\perp AC$，垂足分别为 D、E.

（1）当 $BC=1$时，求线段 OD 的长;

（2）在△DOE 中是否存在长度保持不变的边？如果存在，请指出并求其长度，如果不存在，请说明理由;

（3）设 $BD=x$，△DOE 的面积为 y，求 y 关于 x 的函数关系式，并写出它的定义域.

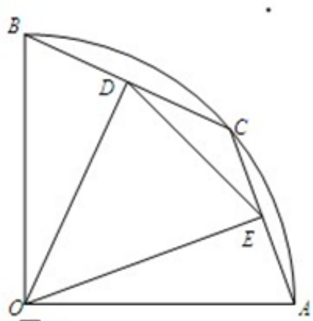


图 8

2012 年上海中考数学试题答案

一、选择题

(1) A
【分析】 单项式：因为单项式属于整式，而分母含有未知数的式子

(2) B
【分析】 中位数；将数据正确排列：5，5，5，6，7，8，13

(3) C

【分析】 带有负号的不等式；$\begin{cases} x > -3 \\ x > 2 \end{cases} \Rightarrow x > 2$

(4) C
【分析】 两个含有二次根式的代数式相乘，如果它们的积不含有二次根式，
则说这两个代数式互为有理化因式。

(5) B
【分析】在平面内，一个图形绕某个点旋转180°，如果旋转前后的图形互相重合，那么这个
图形叫做中心对称图形.

(6) D

【分析】 $\because 0 < d < (6-2) = 4$ $\therefore$内含

二、填空题

(7) $\frac{1}{2}$

【分析】 绝对值化简

(8) $x(y-1)$

【分析】 简单的因式分解，提取公因式

(9) 减小

【分析】 正比例函数的图像性质

(10) $x=3$

【分析】 简单的无理方程

(11) $c>9$

【分析】一元二次方程的“△”与“根的情况”的关系

(12) $y=x^2+x-2$

【分析】 简单的二次函数的图像平移

⒀ $\frac{1}{3}$

【分析】 简单的概率题；$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$

⒁ 150

【分析】 频率：$1-0.25\times2-0.2=0.3$；人数：$500\times0.3=150$人

⒂ $2\vec{a}+\vec{b}$

【分析】 向量加减法

⒃ 3

【分析】相似比的平方$=$面积比

⒄ 4

【分析】简单的新定义，重心$2:1$

⒅ $\sqrt{3}-1$

【分析】注意30°的应用

三、解答题

(19) 3

【分析】解：原式 $=\dfrac{4-2\sqrt{3}}{2}+\sqrt{2}+1+\sqrt{3}-\sqrt{2}$

$=2\cancel{-\sqrt{3}}\cancel{+\sqrt{2}}+1\cancel{+\sqrt{3}}\cancel{-\sqrt{2}}$

$=3$

(20) $x=1$

【分析】解：$x(x-3)+6=x+3$

$x^2-4x+3=0$

$x_1=1$ 或 $x_2=3$

经检验：$x=3$ 是方程的增根，$x=1$ 是原方程的根。

（21）①$\dfrac{25}{2}$（或12.5） ②$\dfrac{7}{25}$

【分析】①运用锐角三角比，求出斜边 AB 即可

②运用 $\cos B=\dfrac{3}{5}$，算出 $CE=16$，$DE=16-\dfrac{25}{2}=\dfrac{7}{2}$，而 $DB=\dfrac{25}{2}$

$\therefore \sin\angle DBE=\dfrac{DE}{DB}=\dfrac{7}{2}\times\dfrac{2}{25}=\dfrac{7}{25}$

（22）①$y=-\frac{1}{10}x+11$（$10\le x\le 50$）

②40

【分析】①直接$(10,10)$、$(50,6)$代入$y=kx+b$

②$\left(-\frac{1}{10}x+11\right)x=280$ 解得：$x_1=40$或$x_2=70$

由于$10\le x\le 50$，所以$x=40$

答：该产品的生产数量是40吨

（23）

【分析】①利用$\triangle ABE\cong\triangle ADF(ASA)$

②证明：∵$AD\parallel BC$ ∴$\frac{AD}{DF}=\frac{AD}{BE}=\frac{DG}{GB}=\frac{DF}{FC}$

∴$GF\parallel BE$ 易证：$GB=BE$

∴四边形$BEFG$是平行四边形。

解：（1）把x=4，y=0；x=-1，y=0代入$y=ax^2+6x+c$

$\begin{cases} a=-2 \\ c=8 \end{cases}$

$\therefore y=-2x^2+6x+8$

（2）$\because \angle EFD=\angle EDA=90°$

$\therefore \angle DEF+\angle EDF=90°$

$\angle EDF+\angle ODA=90°$

$\therefore \angle DEF=\angle ODA$

$\therefore \triangle EDF \approx \triangle DAO$

$\therefore \frac{EF}{DO}=\frac{ED}{DA}$

$\because \frac{ED}{DA}=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{EF}{DO}=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{EF}{t}=\frac{1}{2}$

$\therefore EF=\frac{1}{2}t$

同理$\frac{DF}{OA}=\frac{ED}{DA}$

$\therefore DF=2$

$\therefore OF=t-2$

（3）连结EC、AC，过A作EC的垂线交CE与G点

$\because E(-\frac{1}{2}x，2-x)$

易证$\triangle CAG \cong \triangle OCA$

$\therefore CG=4 \quad AG=8$

$\because AE=\sqrt{(4+\frac{1}{2}t)^2+(t-2)^2}=\sqrt{\frac{5}{4}t^2+20}$

$\therefore EG=\sqrt{\frac{5}{4}t^2+20-8^2}=\sqrt{\frac{5}{4}t^2-44}$

$\because EF^2+CF^2=CE^2$

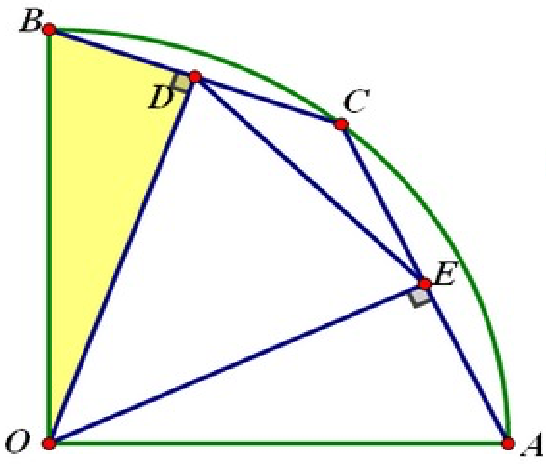
$(\frac{1}{2}t)^2+(10-t)^2=(\sqrt{\frac{5}{4}t^2-44}+4)^2$

$\begin{cases} t_1=10 \\ t_2=6 \end{cases}$

$t_1=10$不合题意，舍去

$\therefore t=6$

第一小问解析：

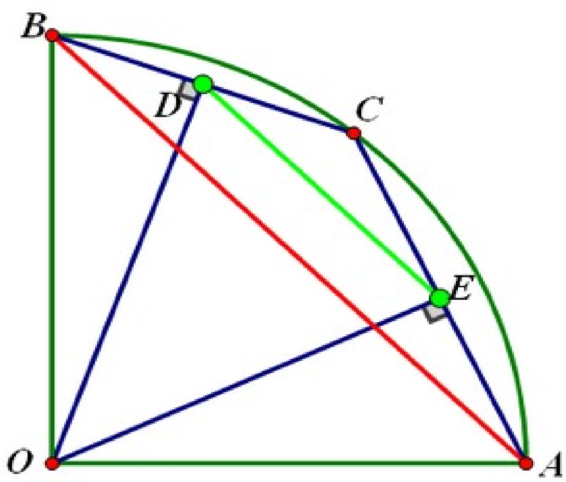


(1) $\because$ OD⊥BC

$\therefore$ BD=$\frac{1}{2}$BC=$\frac{1}{2}$

$\therefore$ OD=$\sqrt{BD^2+OD^2}$=$\frac{\sqrt{15}}{2}$

第二小问解析：



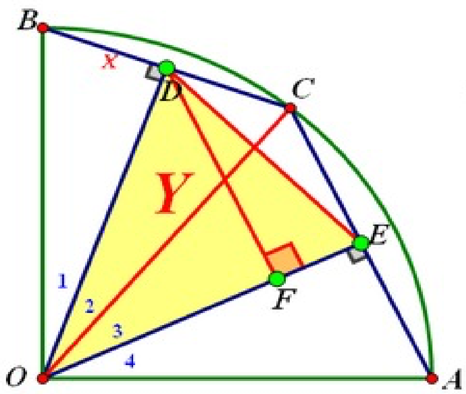
(2) 存在，DE是不变的

联结AB 且AB=$2\sqrt{2}$

敏感点：D和E是中点

所以DE=$\frac{1}{2}$AB =$\sqrt{2}$

第三小问解析：



(3) 将X移到要求的三角形中去

$\therefore OD=\sqrt{4-X^2}$

由于$\angle 1=\angle 2;\angle 3=\angle 4$

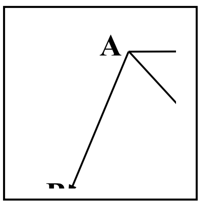
$\therefore \angle 2+\angle 3=45^\circ$

过D作DF⊥OE

$\therefore$ DF=$\frac{\sqrt{4-X^2}}{\sqrt{2}}$

易得EF=$\frac{\sqrt{2}}{2}$X

Y=$\frac{1}{2}$DF•OE=$\frac{4-X^2+X\sqrt{4-X^2}}{4}$ $(0<X<\sqrt{2})$



2013 年上海市中考数学试卷

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1.（4 分）（2013•上海）下列式子中，属于最简二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{9}$　　B．$\sqrt{7}$　　C．$\sqrt{20}$　　D．$\sqrt{\frac{1}{3}}$

2.（4 分）（2013•上海）下列关于 x 的一元二次方程有实数根的是（　　）

A．$x^2+1=0$　　B．$x^2+x+1=0$　　C．$x^2-x+1=0$　　D．$x^2-x-1=0$

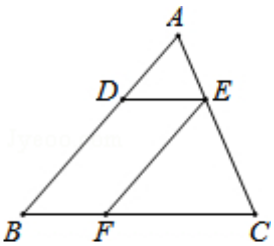
3.（4 分）（2013•上海）如果将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位，那么所得新抛物线的表达式是（　　）

A．$y=(x-1)^2+2$　　B．$y=(x+1)^2+2$　　C．$y=x^2+1$　　D．$y=x^2+3$

4.（4 分）（2013•上海）数据 0，1，1，3，3，4 的中位数和平均数分别是（　　）

A．2 和 2.4　　B．2 和 2　　C．1 和 2　　D．3 和 2

5.（4 分）（2013•上海）如图，已知在△ABC 中，点 D、E、F 分别是边 AB、AC、BC 上的点，DE∥BC，EF∥AB，且 AD：DB=3：5，那么 CF：CB 等于（　　）



A．5：8　　B．3：8　　C．3：5　　D．2：5

6.（4 分）（2013•上海）在梯形 ABCD 中，AD∥BC，对角线 AC 和 BD 交于点 O，下列条件中，能判断梯形 ABCD 是等腰梯形的是（　　）

A．∠BDC=∠BCD　　B．∠ABC=∠DAB　　C．∠ADB=∠DAC　　D．∠AOB=∠BOC

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7.（4 分）（2013•上海）分解因式：$a^2-1=$__________.

8.（4 分）（2013•上海）不等式组 $\begin{cases} x-1>0 \\ 2x+3>x \end{cases}$ 的解集是__________.

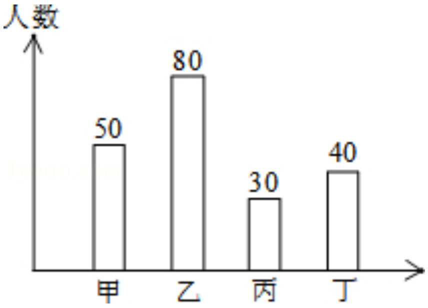
9.（4 分）（2013•上海）计算：$\frac{3b^2}{a}\times\frac{a}{b}=$__________.

10.（4 分）（2013•上海）计算：$2(\vec{a}-\vec{b})+3\vec{b}=$__________.

11．（4分）（2013•上海）已知函数 $f(x)=\frac{3}{x^2+1}$，那么 $f(\sqrt{2})=$____________．

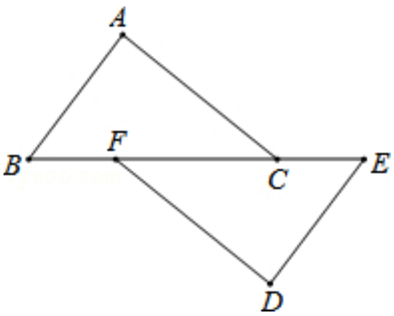
12．（4分）（2013•上海）将“定理”的英文单词 theorem 中的 7 个字母分别写在 7 张相同的卡片上，字面朝下随意放在桌子上，任取一张，那么取到字母 e 的概率为____________．

13．（4分）（2013•上海）某校报名参加甲、乙、丙、丁四个兴趣小组的学生人数如图所示，那么报名参加甲组和丙组的人数之和占所有报名人数的百分比为____________．

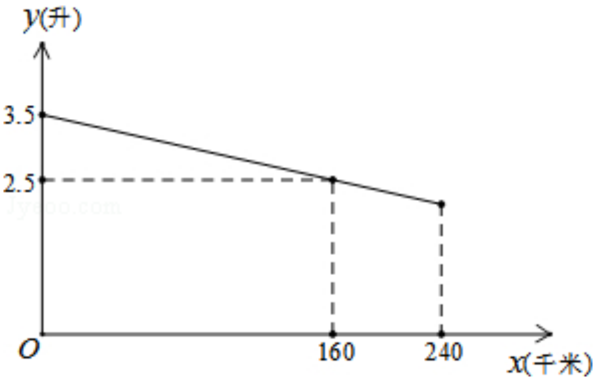


14．（4分）（2013•上海）在⊙O 中，已知半径长为 3，弦 AB 长为 4，那么圆心 O 到 AB 的距离为____________．

15．（4分）（2013•上海）如图，在△ABC 和△DEF 中，点 B、F、C、E 在同一直线上，BF=CE，AC∥DF，请添加一个条件，使△ABC≅△DEF，这个添加的条件可以是____________．（只需写一个，不添加辅助线）

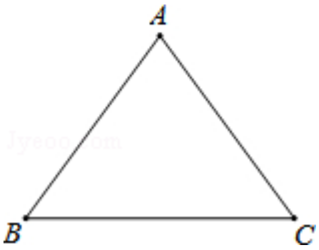


16．（4分）（2013•上海）李老师开车从甲地到相距 240 千米的乙地，如果油箱剩余油量 y（升）与行驶里程 x（千米）之间是一次函数关系，其图象如图所示，那么到达乙地时油箱剩余油量是____________升．



17．（4分）（2013•上海）当三角形中一个内角 α 是另一个内角 β 的两倍时，我们称此三角形为“特征三角形”，其中 α 称为“特征角”．如果一个“特征三角形”的“特征角”为 100°，那么这个“特征三角形”的最小内角的度数为____________．

18．（4分）（2013•上海）如图，在△ABC 中，AB=AC，BC=8，$\tan C=\frac{3}{2}$，如果将△ABC 沿直线 l 翻折后，点 B 落在边 AC 的中点处，直线 l 与边 BC 交于点 D，那么 BD 的长为____________．



三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）（本大题共 7 题，19～22 题 10 分，23、24 题 12 分，25 题 14 分，满分 78 分）[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

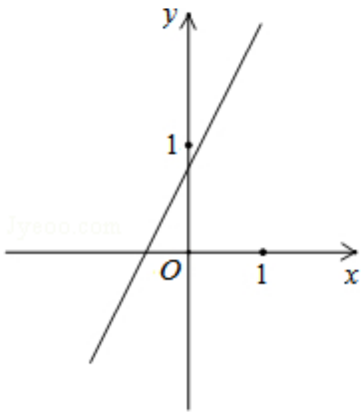
19．（10 分）（2013•上海）计算：$\sqrt{8}+|\sqrt{2}-1|-\pi^{0}+(\frac{1}{2})^{-1}$.

20．（10 分）（2013•上海）解方程组：$\begin{cases}x-y=-2\\x^{2}-xy-2y^{2}=0\end{cases}$.

21．（10 分）（2013•上海）已知平面直角坐标系 xOy（如图），直线$y=\frac{1}{2}x+b$经过第一、二、三象限，与 y 轴交于点 B，点 A（2，t）在这条直线上，联结 AO，△AOB 的面积等于 1．

（1）求 b 的值；

（2）如果反比例函数$y=\frac{k}{x}$（k 是常量，k≠0）的图象经过点 A，求这个反比例函数的解析式．



22．（10 分）（2013•上海）某地下车库出口处“两段式栏杆”如图 1 所示，点 A 是栏杆转动的支点，点 E 是栏杆两段的连接点．当车辆经过时，栏杆 AEF 升起后的位置如图 2 所示，其示意图如图 3 所示，其中 AB⊥BC，EF∥BC，∠EAB=143°，AB=AE=1.2 米，求当车辆经过时，栏杆 EF 段距离地面的高度（即直线 EF 上任意一点到直线 BC 的距离）．

（结果精确到 0.1 米，栏杆宽度忽略不计参考数据：sin 37°≈0.60，cos 37°≈0.80，tan 37°≈0.75．）

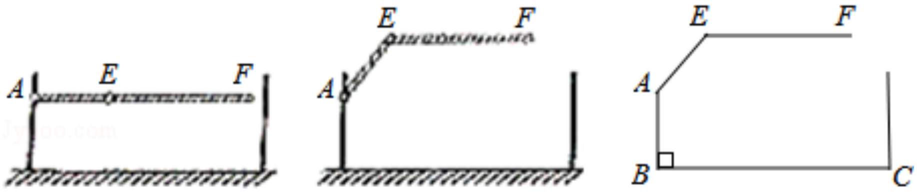
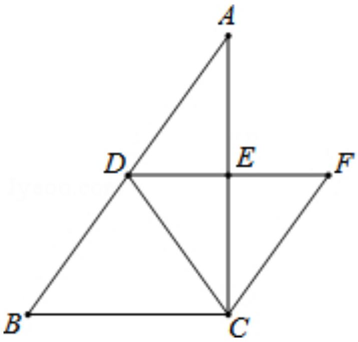


图1　　图2　　图3

23．（12 分）（2013•上海）如图，在△ABC 中，∠ACB=90°，∠B＞∠A，点 D 为边 AB 的中点，DE∥BC 交 AC 于点 E，CF∥AB 交 DE 的延长线于点 F．

（1）求证：DE=EF；

（2）连结 CD，过点 D 作 DC 的垂线交 CF 的延长线于点 G，求证：∠B=∠A+∠DGC．

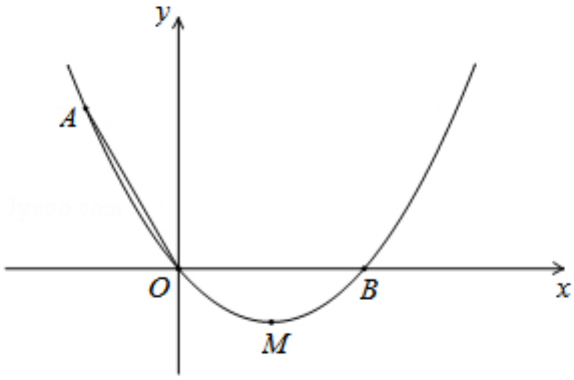


24.（12 分）（2013•上海）如图，在平面直角坐标系 xOy 中，顶点为 M 的抛物线 $y=ax^2+bx$（a＞0），经过点 A 和 x 轴正半轴上的点 B，AO=OB=2，∠AOB=120°.

（1）求这条抛物线的表达式；

（2）连接 OM，求∠AOM 的大小；

（3）如果点 C 在 x 轴上，且△ABC 与△AOM 相似，求点 C 的坐标.

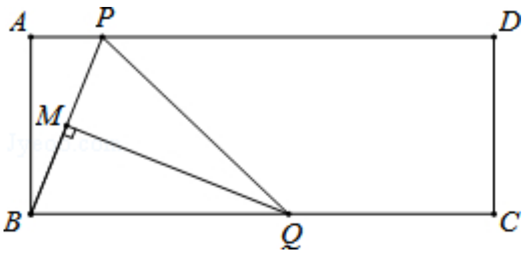


25.（14 分）（2013•上海）在矩形 ABCD 中，点 P 是边 AD 上的动点，连接 BP，线段 BP 的垂直平分线交边 BC 于点 Q，垂足为点 M，联结 QP（如图）. 已知 AD=13，AB=5，设 AP=x，BQ=y.

（1）求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围；

（2）当以 AP 长为半径的⊙P 和以 QC 长为半径的⊙Q 外切时，求 x 的值；

（3）点 E 在边 CD 上，过点 E 作直线 QP 的垂线，垂足为 F，如果 EF=EC=4，求 x 的值.



2013 年上海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题共 6 题，每题 4 分，满分 24 分）【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上.】

1.（4 分）（2013•上海）下列式子中，属于最简二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{9}$　　B．$\sqrt{7}$　　C．$\sqrt{20}$　　D．$\sqrt{\frac{1}{3}}$

考点：最简二次根式.

分析：判断一个二次根式是否为最简二次根式主要方法是根据最简二次根式的定义进行，或直观地观察被开方数的每一个因数（或因式）的指数都小于根指数 2，且被开方数中不含有分母，被开方数是多项式时要先因式分解后再观察.

解答：解：A、$\sqrt{9}=3$，故此选项错误；

B、$\sqrt{7}$是最简二次根式，故此选项正确；

C、$\sqrt{20}=2\sqrt{5}$，不是最简二次根式，故此选项错误；

D、$\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，不是最简二次根式，故此选项错误；

故选：B.

点评：本题考查了最简二次根式的定义．在判断最简二次根式的过程中要注意：

（1）在二次根式的被开方数中，只要含有分数或小数，就不是最简二次根式；

（2）在二次根式的被开方数中的每一个因式（或因数），如果幂的指数大于或等于 2，也不是最简二次根式.

2.（4 分）（2013•上海）下列关于 x 的一元二次方程有实数根的是（　　）

A．$x^2+1=0$　　B．$x^2+x+1=0$　　C．$x^2-x+1=0$　　D．$x^2-x-1=0$

考点：根的判别式.

专题：计算题.

分析：计算出各项中方程根的判别式的值，找出根的判别式的值大于等于 0 的方程即可.

解答：解：A、这里 a=1，b=0，c=1，

∵$\Delta=b^2-4ac=-4<0$，

∴方程没有实数根，本选项不合题意；

B、这里 a=1，b=1，c=1，

∵$\Delta=b^2-4ac=1-4=-3<0$，

∴方程没有实数根，本选项不合题意；

C、这里 a=1，b=﹣1，c=1，

∵$\Delta=b^2-4ac=1-4=-3<0$，

∴方程没有实数根，本选项不合题意；

D、这里 a=1，b=﹣1，c=﹣1，

∵$\Delta=b^2-4ac=1+4=5>0$，

∴方程有两个不相等实数根，本选项符合题意；

故选 D

点评：此题考查了根的判别式，熟练掌握根的判别式的意义是解本题的关键.

3.（4 分）（2013•上海）如果将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位，那么所得新抛物线的表达式是（　　）

A．$y=(x-1)^2+2$　　B．$y=(x+1)^2+2$　　C．$y=x^2+1$　　D．$y=x^2+3$

考点： 二次函数图象与几何变换．

分析： 根据向下平移，纵坐标相减，即可得到答案．

解答： 解：∵抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位，

∴抛物线的解析式为 $y=x^2+2-1$，即 $y=x^2+1$．

故选 C．

点评： 本题考查了二次函数的图象与几何变换，向下平移|a|个单位长度纵坐标要减|a|．

4．（4 分）（2013•上海）数据 0，1，1，3，3，4 的中位数和平均数分别是（　　）

A．2 和 2.4　　B．2 和 2　　C．1 和 2　　D．3 和 2

考点： 中位数；加权平均数．

分析： 根据中位数和平均数的定义求解即可．

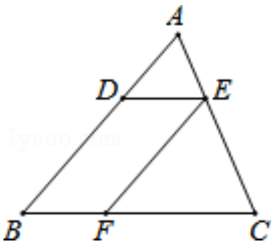
解答： 解：这组数据的中位数为：（1+3）÷2=2，

平均数为：$\frac{0+1+1+3+3+4}{6}=2$．

故选 B．

点评： 本题考查了中位数及平均数的定义，属于基础题，掌握基本定义是关键．

5．（4 分）（2013•上海）如图，已知在△ABC 中，点 D、E、F 分别是边 AB、AC、BC 上的点，DE∥BC，EF∥AB，且 AD：DB=3：5，那么 CF：CB 等于（　　）



A．5：8　　B．3：8　　C．3：5　　D．2：5

考点： 平行线分线段成比例．

专题： 压轴题．

分析： 先由 AD：DB=3：5，求得 BD：AB 的比，再由 DE∥BC，根据平行线分线段成比例定理，可得 CE：AC=BD：AB，然后由 EF∥AB，根据平行线分线段成比例定理，可得 CF：CB=CE：AC，则可求得答案．

解答： 解：∵AD：DB=3：5，

∴BD：AB=5：8，

∵DE∥BC，

∴CE：AC=BD：AB=5：8，

∵EF∥AB，

∴CF：CB=CE：AC=5：8．

故选 A．

点评： 此题考查了平行线分线段成比例定理．此题比较简单，注意掌握比例线段的对应关系是解此题的关键．

6．（4 分）（2013•上海）在梯形 ABCD 中，AD∥BC，对角线 AC 和 BD 交于点 O，下列条件中，能判断梯形 ABCD 是等腰梯形的是（　　）

A．∠BDC=∠BCD　　B．∠ABC=∠DAB　　C．∠ADB=∠DAC　　D．∠AOB=∠BOC

考点： 等腰梯形的判定．

专题： 压轴题．

分析： 等腰梯形的判定定理有：①有两腰相等的梯形是等腰梯形，②对角线相等的梯形是等腰梯形，③在同一

底上的两个角相等的梯形是等腰梯形，根据以上内容判断即可．

解答： 解：A、∵∠BDC=∠BCD，

∴BD=BC，

根据已知AD∥BC不能推出四边形ABCD是等腰梯形，故本选项错误；

B、根据∠ABC=∠DAB和AD∥BC不能推出四边形ABCD是等腰梯形，故本选项错误；

C、∵∠ADB=∠DAC，AD∥BC，

∴∠ADB=∠DAC=∠DBC=∠ACB，

∴OA=OD，OB=OC，

∴AC=BD，

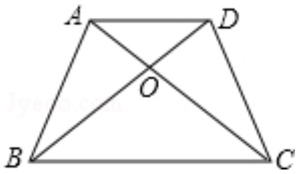
∵AD∥BC，

∴四边形ABCD是等腰梯形，故本选项正确；

D、根据∠AOB=∠BOC，只能推出AC⊥BD，

再根据AD∥BC不能推出四边形ABCD是等腰梯形，故本选项错误．

故选C．



点评： 本题考查了对等腰梯形的判定定理的应用，主要考查学生的推理能力和辨析能力，注意：等腰梯形的判定定理有：①有两腰相等的梯形是等腰梯形，②对角线相等的梯形是等腰梯形，③在同一底上的两个角相等的梯形是等腰梯形．

二、填空题：（本大题共12题，每题4分，满分48分）[请将结果直接填入答题纸的相应位置]

7．（4分）（2013•上海）分解因式：$a^2-1=$＿（a+1）（a－1）＿．

考点： 因式分解-运用公式法．

分析： 符合平方差公式的特征，直接运用平方差公式分解因式．平方差公式：$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$．

解答： 解：$a^2-1=(a+1)(a-1)$．

点评： 本题主要考查平方差公式分解因式，熟记公式是解题的关键．

8．（4分）（2013•上海）不等式组$\begin{cases}x-1>0\\2x+3>x\end{cases}$的解集是＿x>1＿．

考点： 解一元一次不等式组．

专题： 探究型．

分析： 分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可．

解答：

解：$\begin{cases}x-1>0 & ①\\2x+3>x & ②\end{cases}$，

由①得，x>1；

由②得，x>－3，

故此不等式组的解集为：x>1．

故答案为：x>1．

点评： 本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键．

9．（4分）（2013•上海）计算：$\frac{3b^2}{a}\times\frac{a}{b}=$＿3b＿．

考点：分式的乘除法．
专题：计算题．
分析：分子和分母分别相乘，再约分．
解答：解：原式$=\frac{3b^2a}{ab}=3b$，
故答案为 3b．
点评：本题考查了分式的乘除法，分式的乘除混合运算一般是统一为乘法运算，如果有乘方，还应根据分式乘方法则先乘方，即把分子、分母分别乘方，然后再进行乘除运算．

10．（4 分）（2013•上海）计算：$2(\vec{a}-\vec{b})+3\vec{b}=$__ $2\vec{a}+\vec{b}$ __．

考点：*平面向量．
分析：先去括号，然后进行向量的加减即可．
解答：解：$2(\vec{a}-\vec{b})+3\vec{b}=2\vec{a}-2\vec{b}+3\vec{b}=2\vec{a}+\vec{b}$.
故答案为：$2\vec{a}+\vec{b}$.
点评：本题考查了平面向量的知识，属于基础题，掌握向量的加减运算是关键．

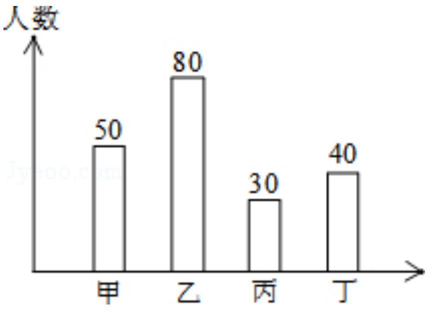
11．（4 分）（2013•上海）已知函数 $f(x)=\frac{3}{x^2+1}$，那么 $f(\sqrt{2})=$__ 1 __．

考点：函数值．
分析：把自变量的值代入函数关系式进行计算即可得解．
解答：解：$f(\sqrt{2})=\frac{3}{(\sqrt{2})^2+1}=1$．
故答案为：1．
点评：本题考查了函数值求解，把自变量的值代入进行计算即可，比较简单．

12．（4 分）（2013•上海）将“定理”的英文单词 theorem 中的 7 个字母分别写在 7 张相同的卡片上，字面朝下随意放在桌子上，任取一张，那么取到字母 e 的概率为__ $\frac{2}{7}$ __．

考点：概率公式．
分析：让英文单词 theorem 中字母 e 的个数除以字母的总个数即为所求的概率．
解答：解：∵英文单词 theorem 中，一共有 7 个字母，其中字母 e 有 2 个，
∴任取一张，那么取到字母 e 的概率为$\frac{2}{7}$.
故答案为$\frac{2}{7}$.
点评：本题考查了概率公式，用到的知识点为：概率等于所求情况数与总情况数之比．

13．（4 分）（2013•上海）某校报名参加甲、乙、丙、丁四个兴趣小组的学生人数如图所示，那么报名参加甲组和丙组的人数之和占所有报名人数的百分比为__ 40% __．



考点： 条形统计图．

分析： 各个项目的人数的和就是总人数，然后利用报名参加甲组和丙组的人数之和除以总人数即可求解．

解答： 解：总人数是：50+80+30+40=200（人），

则报名参加甲组和丙组的人数之和占所有报名人数的百分比为$\frac{50+30}{200}\times100\%=40\%$．

故答案是：40%．

点评： 本题考查了条形统计图，正确读图，理解图形中说明的意义是关键．

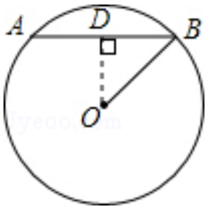
14．（4 分）（2013•上海）在⊙O 中，已知半径长为 3，弦 AB 长为 4，那么圆心 O 到 AB 的距离为__$\sqrt{5}$__．

考点： 垂径定理；勾股定理．

分析： 根据题意画出图形，过点 O 作 OD⊥AB 于点 D，由垂径定理可得出 BD 的长，在 Rt△OBD 中，利用勾股定理及可求出 OD 的长．

解答： 解：如图所示：

过点 O 作 OD⊥AB 于点 D，



∵AB=4，

∴$BD=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times4=2$，

在 Rt△OBD 中，

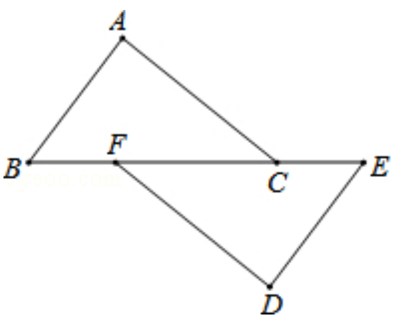
∵OB=3cm，BD=2cm，

∴$OD=\sqrt{OB^2-BD^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$．

故答案为：$\sqrt{5}$．

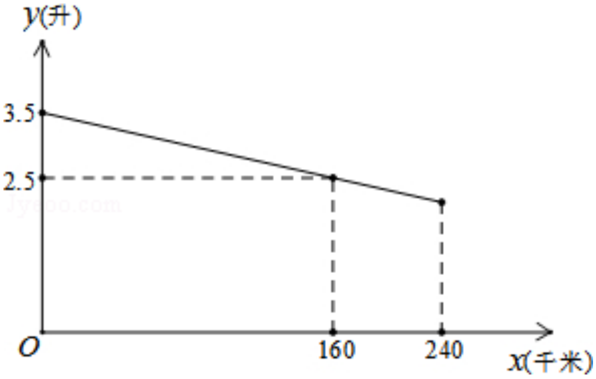
点评： 本题考查的是垂径定理及勾股定理，根据题意画出图形，利用数形结合求解是解答此题的关键．

15．（4 分）（2013•上海）如图，在△ABC 和△DEF 中，点 B、F、C、E 在同一直线上，BF=CE，AC∥DF，请添加一个条件，使△ABC≅△DEF，这个添加的条件可以是__AC=DF__．（只需写一个，不添加辅助线）



考点： 全等三角形的判定．
专题： 开放型．
分析： 求出 BC=EF，∠ACB=∠DFE，根据 SAS 推出两三角形全等即可．
解答： 解：AC=DF，
理由是：∵BF=CE，
∴BF+FC=CE+FC，
∴BC=EF，
∵AC∥DF，
∴∠ACB=∠DFE，
在△ABC 和△DEF 中
$$\begin{cases}AC=DF\\ \angle ACB=\angle DFE\\ BC=EF\end{cases}$$
∴△ABC≌△DEF（SAS），
故答案为：AC=DF．
点评： 本题考查了全等三角形的判定的应用，注意：全等三角形的判定定理有 SAS，ASA，AAS，SSS，答案不唯一．

16．（4 分）（2013•上海）李老师开车从甲地到相距 240 千米的乙地，如果油箱剩余油量 y（升）与行驶里程 x（千米）之间是一次函数关系，其图象如图所示，那么到达乙地时油箱剩余油量是__2__升．



考点： 一次函数的应用．
分析： 先运用待定系数法求出 y 与 x 之间的函数关系式，然后把 x=240 时带入解析式就可以求出 y 的值，从而得出剩余的油量．
解答： 解：设 y 与 x 之间的函数关系式为 y=kx+b，由函数图象，得
$$\begin{cases}3.5=b\\ 2.5=160k+b\end{cases},$$
解得：$\begin{cases}k=-\dfrac{1}{160},\\ b=3.5\end{cases}$
则 $y=-\dfrac{1}{160}x+3.5$．
当 x=240 时，
$y=-\dfrac{1}{160}\times240+3.5=2$ 升．
故答案为：2
点评： 本题考查了运用待定系数法求一次函数的运用，根据自变量求函数值的运用，解答时理解函数图象的含义求出一次函数的解析式是关键．

17．（4 分）（2013•上海）当三角形中一个内角 α 是另一个内角 β 的两倍时，我们称此三角形为“特征三角形”，其中 α 称为“特征角”．如果一个“特征三角形”的“特征角”为 100°，那么这个“特征三角形”的最小内角的度数为__30°__．

考点：　三角形内角和定理．

专题：　压轴题；新定义．

分析：　根据已知一个内角 α 是另一个内角 β 的两倍得出 β 的度数，进而求出最小内角即可．

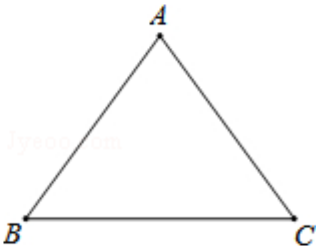
解答：　解：由题意得：α=2β，α=100°，则 β=50°，

180°﹣100°﹣50°=30°，

故答案为：30°．

点评：　此题主要考查了新定义以及三角形的内角和定理，根据已知得出 β 的度数是解题关键．

18．（4 分）（2013•上海）如图，在△ABC 中，AB=AC，BC=8，tanC=$\frac{3}{2}$，如果将△ABC 沿直线 l 翻折后，点 B 落在边 AC 的中点处，直线 l 与边 BC 交于点 D，那么 BD 的长为__$\frac{15}{4}$__．



考点：　翻折变换（折叠问题）．

专题：　压轴题．

分析：　首先根据已知得出△ABC 的高以及 B′E 的长，利用勾股定理求出 BD 即可．

解答：　解：过点 A 作 AQ⊥BC 于点 Q，

∵AB=AC，BC=8，tanC=$\frac{3}{2}$，

∴$\frac{AQ}{QC}=\frac{3}{2}$，QC=BQ=4，

∴AQ=6，

∵将△ABC 沿直线 l 翻折后，点 B 落在边 AC 的中点处，

过 B′点作 B′E⊥BC 于点 E，

∴B′E=$\frac{1}{2}$AQ=3，

∴$\frac{B'E}{EC}=\frac{3}{2}$，

∴EC=2，

设 BD=x，则 B′D=x，

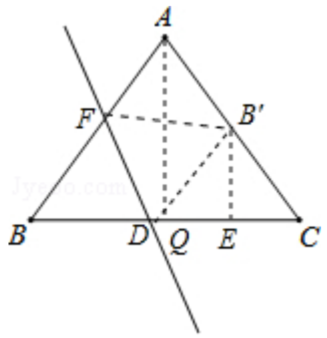
∴DE=8﹣x﹣2=6﹣x，

∴$x^2=(6-x)^2+3^2$，

解得：x=$\frac{15}{4}$，

直线 l 与边 BC 交于点 D，那么 BD 的长为：$\frac{15}{4}$．

故答案为：$\frac{15}{4}$．



点评： 此题主要考查了翻折变换的性质以及勾股定理和锐角三角函数关系，根据已知表示出 DE 的长是解题关键.

三、解答题：（本大题共 7 题，满分 78 分）（本大题共 7 题，19～22 题 10 分，23、24 题 12 分，25 题 14 分，满分 78 分）[将下列各题的解答过程，做在答题纸的相应位置上]

19.（10 分）（2013•上海）计算：$\sqrt{8}+|\sqrt{2}-1|-\pi^{0}+(\frac{1}{2})^{-1}$.

考点： 实数的运算；零指数幂；负整数指数幂.

分析： 分别进行二次根式的化简、绝对值、零指数幂、负整数指数幂的运算，然后按照实数的运算法则计算即可.

解答： 解：原式$=2\sqrt{2}+\sqrt{2}-1-1+2=3\sqrt{2}$.

点评： 本题考查了实数的运算，涉及了二次根式的化简、绝对值、零指数幂、负整数指数幂等知识，属于基础题.

20.（10 分）（2013•上海）解方程组：$\begin{cases}x-y=-2\\x^{2}-xy-2y^{2}=0\end{cases}$.

考点： 高次方程.

分析：

先由②得 x+y=0 或 x﹣2y=0，再把原方程组可变形为：$\begin{cases}x-y=-2\\x-2y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x-y=-2\\x+y=0\end{cases}$，然后解这两个方程组即可.

解答：

解：$\begin{cases}x-y=-2 & ①\\x^{2}-xy-2y^{2}=0 & ②\end{cases}$，

由②得：（x+y）（x﹣2y）=0，

x+y=0 或 x﹣2y=0，

原方程组可变形为：$\begin{cases}x-y=-2\\x-2y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x-y=-2\\x+y=0\end{cases}$，

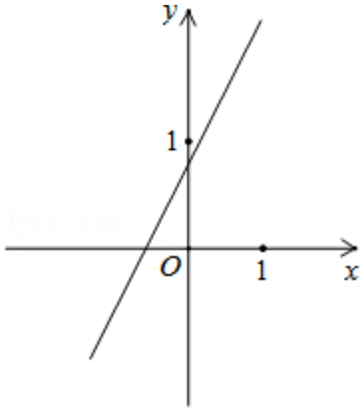
解得：$\begin{cases}x_{1}=-4\\y_{1}=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x_{2}=-1\\y_{2}=1\end{cases}$.

点评： 此题考查了高次方程，关键是通过把原方程分解，由高次方程转化成两个二元一次方程，用到的知识点是消元法解方程组.

21.（10 分）（2013•上海）已知平面直角坐标系 xOy（如图），直线$y=\frac{1}{2}x+b$经过第一、二、三象限，与 y 轴交于点 B，点 A（2，t）在这条直线上，联结 AO，△AOB 的面积等于 1.

（1）求 b 的值；

（2）如果反比例函数$y=\frac{k}{x}$（k 是常量，k≠0）的图象经过点 A，求这个反比例函数的解析式.



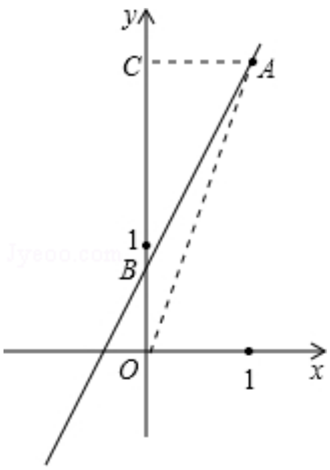
考点： 反比例函数与一次函数的交点问题．

专题： 计算题．

分析： （1）连接OA，过A作AC垂直于y轴，由A的横坐标为2得到AC=2，对于直线解析式，令y=0求出x的值，表示出OB的长，三角形AOB面积以OB为底，AC为高表示出，根据已知三角形的面积求出OB的长，确定出B坐标，代入一次函数解析式中即可求出b的值；
（2）将A坐标代入一次函数求出t的值，确定出A坐标，将A坐标代入反比例解析式中求出k的值，即可确定出反比例解析式．

解答： 解：（1）过A作AC⊥y轴，连接OA，
∵A（2，t），
∴AC=2，
对于直线 $y=\frac{1}{2}x+b$，令x=0，得到y=b，即OB=b，
∵$S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2}OB\bullet AC=OB=1$，
∴b=1；

（2）由b=1，得到直线解析式为 $y=\frac{1}{2}x+1$，
将A（2，t）代入直线解析式得：t=1+1=2，即A（2，2），
把A（2，2）代入反比例解析式得：k=4，
则反比例解析式为 $y=\frac{4}{x}$．



点评： 此题考查了一次函数与反比例函数的交点问题，涉及的知识有：一次函数与坐标轴的交点，坐标与图形性质，待定系数法求函数解析式，熟练掌握待定系数法是解本题的关键．

22．（10 分）（2013•上海）某地下车库出口处“两段式栏杆”如图 1 所示，点 A 是栏杆转动的支点，点 E 是栏杆两段的连接点．当车辆经过时，栏杆 AEF 升起后的位置如图 2 所示，其示意图如图 3 所示，其中 AB⊥BC，EF∥BC，∠EAB=143°，AB=AE=1.2 米，求当车辆经过时，栏杆 EF 段距离地面的高度（即直线 EF 上任意一点到直线 BC 的距离）．

（结果精确到 0.1 米，栏杆宽度忽略不计参考数据：sin 37°≈0.60，cos 37°≈0.80，tan 37°≈0.75．）

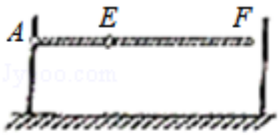


图1

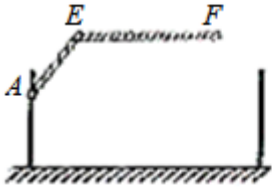


图2

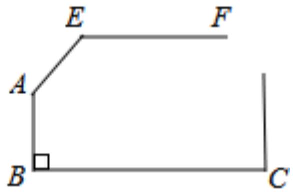


图3

考点： 解直角三角形的应用．

分析： 过点 A 作 BC 的平行线 AG，过点 E 作 EH⊥AG 于 H，则∠BAG=90°，∠EHA=90°．先求出∠EAH=53°，则∠EAH=53°，然后在△EAH 中，利用余弦函数的定义得出 EH=AE•cos∠AEH≈0.96 米，则栏杆 EF 段距离地面的高度为：AB+EH，代入数值计算即可．

解答： 解：如图，过点 A 作 BC 的平行线 AG，过点 E 作 EH⊥AG 于 H，则∠BAG=90°，∠EHA=90°．

∵∠EAB=143°，∠BAG=90°，

∴∠EAH=∠EAB﹣∠BAG=53°．

在△EAH 中，∠EHA=90°，∠AEH=90°﹣∠EAH=37°，AE=1.2 米，

∴EH=AE•cos∠AEH≈1.2×0.80=0.96（米），

∵AB=1.2 米，

∴栏杆 EF 段距离地面的高度为：AB+EH≈1.2+0.96=2.16≈2.2（米）．

故栏杆 EF 段距离地面的高度为 2.2 米．

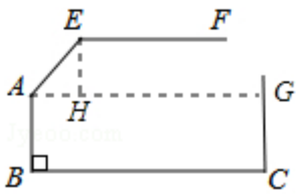


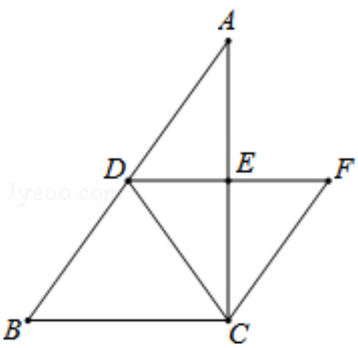
图3

点评： 本题考查了解直角三角形在实际中的应用，难度适中．关键是通过作辅助线，构造直角三角形，把实际问题转化为数学问题加以计算．

23．（12 分）（2013•上海）如图，在△ABC 中，∠ACB=90°，∠B＞∠A，点 D 为边 AB 的中点，DE∥BC 交 AC 于点 E，CF∥AB 交 DE 的延长线于点 F．

（1）求证：DE=EF；

（2）连结 CD，过点 D 作 DC 的垂线交 CF 的延长线于点 G，求证：∠B=∠A+∠DGC．



考点： 菱形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；直角三角形斜边上的中线．

分析：（1）首先证明四边形DBCF为平行四边形，可得DF=BC，再证明DE=$\frac{1}{2}$BC，进而得到EF=$\frac{1}{2}$CB，即可证出DE=EF；

（2）首先画出图形，首先根据平行线的性质可得∠ADG=∠G，再证明∠B=∠DCB，∠A=∠DCA，然后再推出∠1=∠DCB=∠B，再由∠A+∠ADG=∠1可得∠A+∠G=∠B．

解答：证明：（1）∵DE∥BC，CF∥AB，

∴四边形DBCF为平行四边形，

∴DF=BC，

∵D为边AB的中点，DE∥BC，

∴DE=$\frac{1}{2}$BC，

∴EF=DF﹣DE=BC﹣$\frac{1}{2}$CB=$\frac{1}{2}$CB，

∴DE=EF；

（2）∵四边形DBCF为平行四边形，

∴DB∥CF，

∴∠ADG=∠G，

∵∠ACB=90°，D为边AB的中点，

∴CD=DB=AD，

∴∠B=∠DCB，∠A=∠DCA，

∵DG⊥DC，

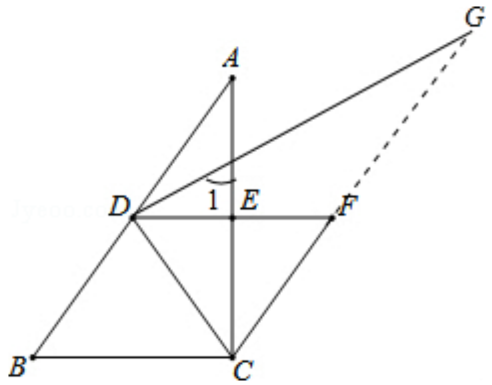
∴∠DCA+∠1=90°，

∵∠DCB+∠DCA=90°，

∴∠1=∠DCB=∠B，

∵∠A+∠ADG=∠1，

∴∠A+∠G=∠B．



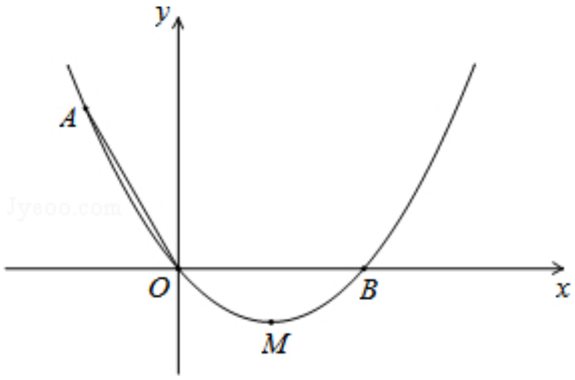
点评：此题主要考查了平行四边形的判定与性质，以及直角三角形的性质，关键是找出∠ADG=∠G，∠1=∠B．掌握在直角三角形中，斜边上的中线等于斜边的一半．

24．（12分）（2013•上海）如图，在平面直角坐标系xOy中，顶点为M的抛物线$y=ax^2+bx$（a＞0），经过点A和x轴正半轴上的点B，AO=OB=2，∠AOB=120°．

（1）求这条抛物线的表达式；

（2）连接OM，求∠AOM的大小；

（3）如果点C在x轴上，且△ABC与△AOM相似，求点C的坐标．



考点：二次函数综合题．

专题：压轴题．

分析：（1）根据 AO=OB=2，∠AOB=120°，求出 A 点坐标，以及 B 点坐标，进而利用待定系数法求二次函数解析式；

（2）根据（1）中解析式求出 M 点坐标，再利用锐角三角函数关系求出∠FOM=30°，进而得出答案；

（3）分别根据当△ABC_1∽△AOM 以及当△C_2AB∽△AOM 时，利用相似三角形的性质求出 C 点坐标即可．

解答：解：（1）过点 A 作 AE⊥y 轴于点 E，

∵AO=OB=2，∠AOB=120°，

∴∠AOE=30°，

∴AE=1，EO=$\sqrt{3}$，

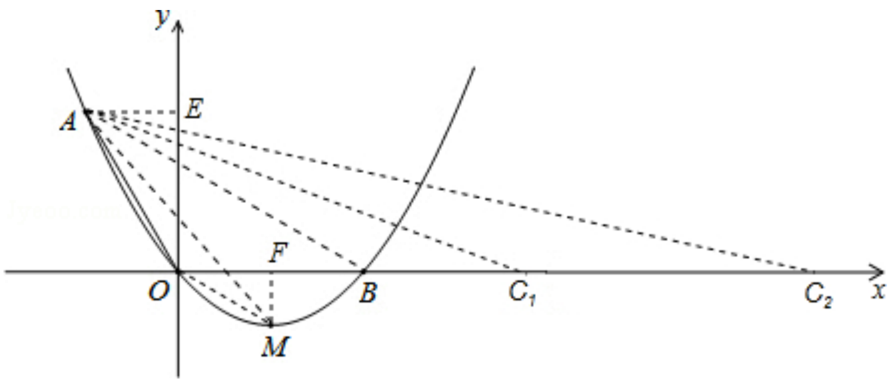
∴A 点坐标为：（﹣1，$\sqrt{3}$），B 点坐标为：（2，0），

将两点代入 $y=ax^2+bx$ 得：

$\begin{cases} a-b=\sqrt{3} \\ 4a+2b=0 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} a=\frac{\sqrt{3}}{3} \\ b=-\frac{2\sqrt{3}}{3} \end{cases}$，

∴抛物线的表达式为：$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}x$；



（2）过点 M 作 MF⊥OB 于点 F，

∵$y=\frac{\sqrt{3}}{3}x^2-\frac{2\sqrt{3}}{3}x=\frac{\sqrt{3}}{3}(x^2-2x)=\frac{\sqrt{3}}{3}(x^2-2x+1-1)=\frac{\sqrt{3}}{3}(x-1)^2-\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴M 点坐标为：（1，$-\frac{\sqrt{3}}{3}$），

∴$\tan\angle FOM=\frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{1}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

∴∠FOM=30°，

∴∠AOM=30°+120°=150°；

（3）∵AO=OB=2，∠AOB=120°，

∴∠ABO=∠OAB=30°，

∴AB=2EO=$2\sqrt{3}$，

当△ABC₁∽△AOM，

∴$\frac{AO}{AB}=\frac{MO}{BC_1}$，

∵MO=$\sqrt{FO^2+FM^2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$，

∴$\frac{2}{2\sqrt{3}}=\frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{BC_1}$，

解得：$BC_1=2$，∴$OC_1=4$，

∴C_1 的坐标为：（4，0）；

当△C_2AB∽△AOM，

∴$\frac{BC_2}{AO}=\frac{AB}{MO}$，

∴$\frac{BC_2}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{\frac{2\sqrt{3}}{3}}$，

解得：$BC_2=6$，∴$OC_2=8$，

∴C_2 的坐标为：（8，0）．

综上所述，△ABC 与△AOM 相似时，点 C 的坐标为：（4，0）或（8，0）．

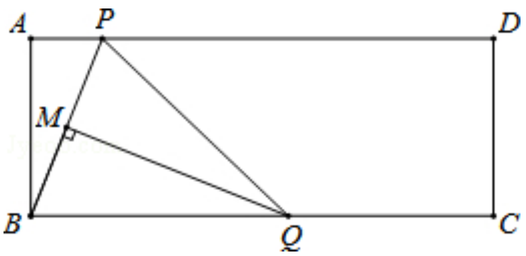
点评：此题主要考查了锐角三角函数的应用以及待定系数法求二次函数解析式和相似三角形的性质等知识，利用分类讨论思想以及数形结合得出是解题关键．

25．（14 分）（2013•上海）在矩形 ABCD 中，点 P 是边 AD 上的动点，连接 BP，线段 BP 的垂直平分线交边 BC 于点 Q，垂足为点 M，联结 QP（如图）．已知 AD=13，AB=5，设 AP=x，BQ=y．

（1）求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围；

（2）当以 AP 长为半径的⊙P 和以 QC 长为半径的⊙Q 外切时，求 x 的值；

（3）点 E 在边 CD 上，过点 E 作直线 QP 的垂线，垂足为 F，如果 EF=EC=4，求 x 的值．



考点：四边形综合题．

专题：压轴题．

分析：（1）利用相似三角形△ABP∽△MQB，求出 y 关于 x 的函数解析式；注意求 x 的取值范围时，需考虑计算 x 最大值与最小值的情形；

（2）如答图 1 所示，利用相外切两圆的性质，求出 PQ 的长；利用垂直平分线的性质 PQ=BQ，列方程求出 x 的值；

（3）如答图 2 所示，关键是证明△CEQ∽△ABP，据此列方程求出 x 的值．

解答：解：（1）在 Rt△ABP 中，由勾股定理得：$BP^2=AP^2+AB^2=x^2+25$．

∵MQ 是线段 BP 的垂直平分线，

∴BQ=PQ，BM=$\frac{1}{2}$BP，∠BMQ=90°，

∴∠MBQ+∠BQM=90°，

∵∠ABP+∠MBQ=90°，∴∠ABP=∠BQM，

又∵∠A=∠BMQ=90°，

∴△ABP∽△MQB，

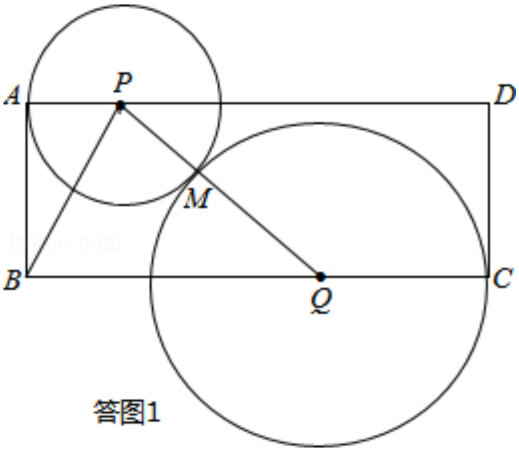
∴$\frac{BP}{BQ}=\frac{AP}{BM}$，即$\frac{BP}{y}=\frac{x}{\frac{1}{2}BP}$，化简得：$y=\frac{1}{2x}BP^2=\frac{1}{2x}(x^2+25)$．

当点 Q 与 C 重合时，BQ=PQ=13，在 Rt△PQD 中，由勾股定理定理得：$PQ^2=QD^2+PD^2$，即 $13^2=5^2+(13-x)^2$，解得 x=1；

又 AP≤AD=13，∴x 的取值范围为：1≤x≤13．

∴$y=\frac{1}{2x}(x^2+25)(1\le x\le 13)$．

（2）当⊙P 与⊙Q 相外切时，如答图 1 所示：



答图1

设切点为 M，则 PQ=PM+QM=AP+QC=AP+（BC﹣BQ）=x+（13﹣y）=13+x﹣y；

∵PQ=BQ，

∴13+x﹣y=y，即 2y﹣x﹣13=0

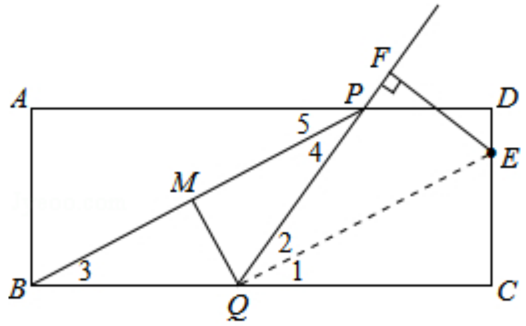
将 $y=\frac{1}{2x}(x^2+25)$代入上式得：$\frac{1}{x}(x^2+25)-x-13=0$，

解此分式方程得：$x=\frac{25}{13}$，

经检验，$x=\frac{25}{13}$是原方程的解且符合题意．

∴$x=\frac{25}{13}$．

（3）按照题意画出图形，如答图 2 所示，连接 QE．



答图2

∵EF=EC，EF⊥PQ，EC⊥QC，∴∠1=∠2（角平分线性质）.

∵PQ=BQ，∴∠3=∠4，

而∠1+∠2=∠3+∠4（三角形外角性质），∴∠1=∠3．

又∵矩形 ABCD，∴AD∥BC，∴∠3=∠5，

∴∠1=∠5，又∵∠C=∠A=90°，

∴△CEQ∽△ABP，

∴$\frac{CQ}{AP}=\frac{EC}{AB}$，即$\frac{13-y}{x}=\frac{4}{5}$，化简得：4x+5y=65，

将 $y=\frac{1}{2x}$（x^2+25）代入上式得：$4x+\frac{5}{2x}$（x^2+25）=65，

解此分式方程得：$x=\frac{65\pm10\sqrt{26}}{13}$，

经检验，$x=\frac{65\pm10\sqrt{26}}{13}$是原方程的解且符合题意，

∴$x=\frac{65\pm10\sqrt{26}}{13}$.

点评：本题是中考压轴题，难度较大．试题的难点在于：其一，所考查的知识点众多，包括相似三角形的判定与性质、矩形的性质、勾股定理、圆的位置关系、角平分线的性质、垂直平分线的性质、解分式方程与一元二次方程等，对数学能力要求很高；其二，试题计算量较大，需要仔细认真计算，避免出错．

参与本试卷答题和审题的老师有：caicl；sd2011；gbl210；HJJ；sks；HLing；wdxwwzy；CJX；hdq123；未来；ZJX；星期八；lantin；zjx111；zhjh（排名不分先后）

菁优网

2013 年 12 月 10 日

2014年上海市中考数学试卷

一、选择题（每小题4分，共24分）

1.（4分）（2014•上海）计算$\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$的结果是（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{6}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$3\sqrt{2}$

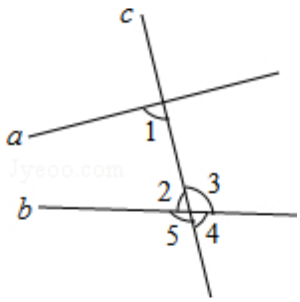
2.（4分）（2014•上海）据统计，2013年上海市全社会用于环境保护的资金约为60 800 000 000元，这个数用科学记数法表示为（　　）

A．608×10^{8}　　B．60.8×10^{9}　　C．6.08×10^{10}　　D．6.08×10^{11}

3.（4分）（2014•上海）如果将抛物线$y=x^2$向右平移1个单位，那么所得的抛物线的表达式是（　　）

A．$y=x^2-1$　　B．$y=x^2+1$　　C．$y=(x-1)^2$　　D．$y=(x+1)^2$

4.（4分）（2014•上海）如图，已知直线a、b被直线c所截，那么∠1的同位角是（　　）

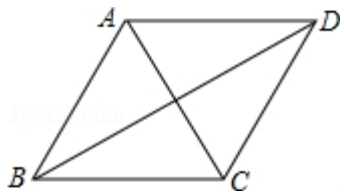


A．∠2　　B．∠3　　C．∠4　　D．∠5

5.（4分）（2014•上海）某事测得一周PM2.5的日均值（单位:）如下：50，40，75，50，37，50，40，这组数据的中位数和众数分别是（　　）

A．50和50　　B．50和40　　C．40和50　　D．40和40

6.（4分）（2014•上海）如图，已知AC、BD是菱形ABCD的对角线，那么下列结论一定正确的是（　　）



A．△ABD与△ABC的周长相等

B．△ABD与△ABC的面积相等

C．菱形的周长等于两条对角线之和的两倍

D．菱形的面积等于两条对角线之积的两倍

二、填空题（每小题 4 分，共 48 分）

7.（4 分）（2014•上海）计算：a（a+1）=____________.

8.（4 分）（2014•上海）函数 $y=\frac{1}{x-1}$的定义域是____________.

9.（4 分）（2014•上海）不等式组$\begin{cases}x-1>2\\2x<8\end{cases}$的解集是____________.

10.（4 分）（2014•上海）某文具店二月份销售各种水笔 320 支，三月份销售各种水笔的支数比二月份增长了 10%，那么该文具店三月份销售各种水笔____________支.

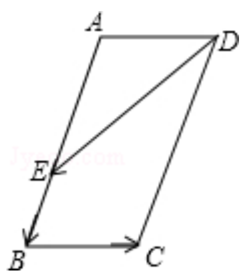
11.（4 分）（2014•上海）如果关于 x 的方程 $x^2-2x+k=0$（k 为常数）有两个不相等的实数根，那么 k 的取值范围是____________.

12.（4 分）（2014•上海）已知传送带与水平面所成斜坡的坡度 i=1：2.4，如果它把物体送到离地面 10 米高的地方，那么物体所经过的路程为____________米.

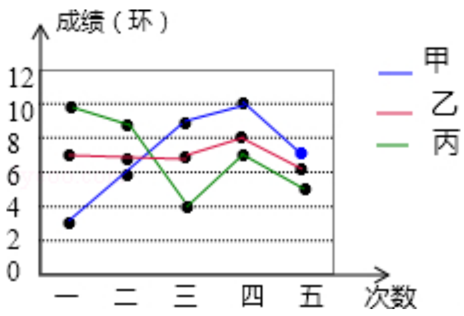
13.（4 分）（2014•上海）如果从初三（1）、（2）、（3）班中随机抽取一个班与初三（4）班进行一场拔河比赛，那么恰好抽到初三（1）班的概率是____________.

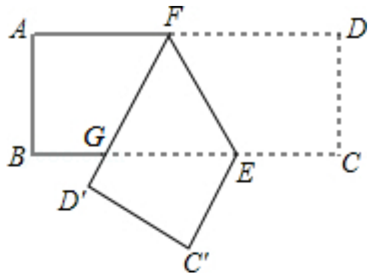
14.（4 分）（2014•上海）已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 是常数，k≠0），在其图象所在的每一个象限内，y 的值随着 x 的值的增大而增大，那么这个反比例函数的解析式是____________（只需写一个）.

15.（4 分）（2014•上海）如图，已知在平行四边形 ABCD 中，点 E 在边 AB 上，且 AB=3EB．设 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{b}$，那么 $\overrightarrow{DE}$=____________（结果用 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$表示）.



16.（4 分）（2014•上海）甲、乙、丙三人进行飞镖比赛，已知他们每人五次投得的成绩如图，那么三人中成绩最稳定的是____________.





17．（4 分）（2014•上海）一组数：2，1，3，x，7，y，23，…，满足“从第三个数起，前两个数依次为 a、b，紧随其后的数就是 2a﹣b”，例如这组数中的第三个数“3”是由“2×2﹣1”得到的，那么这组数中 y 表示的数为____________．

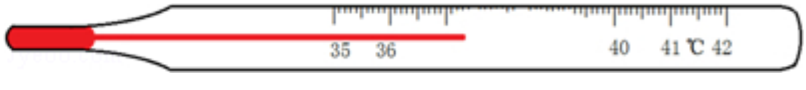
18．（4 分）（2014•上海）如图，已知在矩形 ABCD 中，点 E 在边 BC 上，BE=2CE，将矩形沿着过点 E 的直线翻折后，点 C、D 分别落在边 BC 下方的点 C′、D′处，且点 C′、D′、B 在同一条直线上，折痕与边 AD 交于点 F，D′F 与 BE 交于点 G．设 AB=t，那么△EFG 的周长为____________（用含 t 的代数式表示）．

三、解答题（本题共 7 题，满分 78 分）

19．（10 分）（2014•上海）计算：$\sqrt{12}-\frac{1}{\sqrt{3}}-8^{\frac{1}{3}}+|2-\sqrt{3}|$．

20．（10 分）（2014•上海）解方程：$\frac{x+1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}=\frac{1}{x+1}$．

21．（10 分）（2014•上海）已知水银体温计的读数 y（℃）与水银柱的长度 x（cm）之间是一次函数关系．现有一支水银体温计，其部分刻度线不清晰（如图），表中记录的是该体温计部分清晰刻度线及其对应水银柱的长度．



水银柱的长度 x（cm）	4.2	...	8.2	9.8
体温计的读数 y（℃）	35.0	...	40.0	42.0

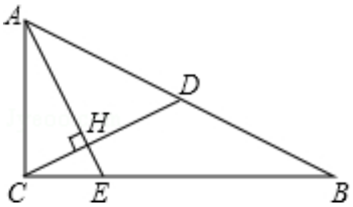
（1）求 y 关于 x 的函数关系式（不需要写出函数的定义域）；

（2）用该体温计测体温时，水银柱的长度为 6.2cm，求此时体温计的读数．

22．（10 分）（2014•上海）如图，已知 Rt△ABC 中，∠ACB=90°，CD 是斜边 AB 上的中线，过点 A 作 AE⊥CD，AE 分别与 CD、CB 相交于点 H、E，AH=2CH．

（1）求 sinB 的值；

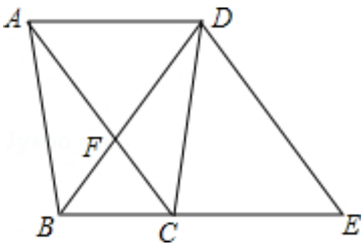
（2）如果 CD=$\sqrt{5}$，求 BE 的值．



23．（12 分）（2014•上海）已知：如图，梯形 ABCD 中，AD∥BC，AB=DC，对角线 AC、BD 相交于点 F，点 E 是边 BC 延长线上一点，且∠CDE=∠ABD．

（1）求证：四边形 ACED 是平行四边形；

（2）连接 AE，交 BD 于点 G，求证：$\frac{DG}{GB}=\frac{DF}{DB}$．

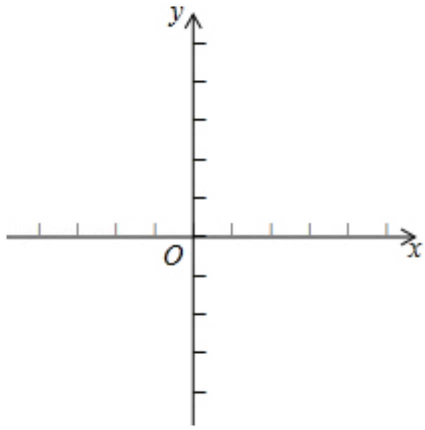


24．（12 分）（2014•上海）在平面直角坐标系中（如图），已知抛物线 $y=\frac{2}{3}x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A（﹣1，0）和点 B，与 y 轴交于点 C（0，﹣2）．

（1）求该抛物线的表达式，并写出其对称轴；

（2）点 E 为该抛物线的对称轴与 x 轴的交点，点 F 在对称轴上，四边形 ACEF 为梯形，求点 F 的坐标；

（3）点 D 为该抛物线的顶点，设点 P（t，0），且 t＞3，如果△BDP 和△CDP 的面积相等，求 t 的值．



25．（14 分）（2014•上海）如图 1，已知在平行四边形 ABCD 中，AB=5，BC=8，cosB=$\frac{4}{5}$，点 P 是边 BC 上的动点，以 CP 为半径的圆 C 与边 AD 交于点 E、F（点 F 在点 E 的右侧），射线 CE 与射线 BA 交于点 G．

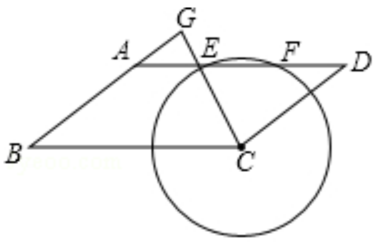


图1

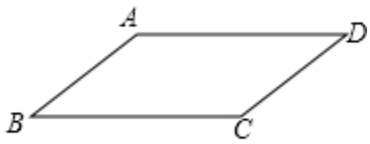


图2

（1）当圆 C 经过点 A 时，求 CP 的长；

（2）连接 AP，当 AP∥CG 时，求弦 EF 的长；

（3）当△AGE 是等腰三角形时，求圆 C 的半径长．

2014 年上海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（每小题 4 分，共 24 分）

1.（4 分）（2014•上海）计算$\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$的结果是（　　）

A．$\sqrt{5}$　　B．$\sqrt{6}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$3\sqrt{2}$

考点：二次根式的乘除法．

专题：计算题．

分析：根据二次根式的乘法运算法则进行运算即可．

解答：解：$\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{6}$，

故选：B．

点评：本题主要考查二次根式的乘法运算法则，关键在于熟练正确的运用运算法则，比较简单．

2.（4 分）（2014•上海）据统计，2013 年上海市全社会用于环境保护的资金约为 60 800 000 000 元，这个数用科学记数法表示为（　　）

A．608×10^{8}　　B．60.8×10^{9}　　C．6.08×10^{10}　　D．6.08×10^{11}

考点：科学记数法—表示较大的数．

分析：科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值＞1 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

解答：解：$60\ 800\ 000\ 000=6.08\times10^{10}$，

故选：C．

点评：此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leq|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

3.（4 分）（2014•上海）如果将抛物线 $y=x^2$ 向右平移 1 个单位，那么所得的抛物线的表达式是（　　）

A．$y=x^2-1$　　B．$y=x^2+1$　　C．$y=(x-1)^2$　　D．$y=(x+1)^2$

考点：二次函数图象与几何变换．

专题：几何变换．

分析：先得到抛物线 $y=x^2$ 的顶点坐标为（0，0），再得到点（0，0）向右平移 1 个单位得到点的坐标为（1，0），然后根据顶点式写出平移后的抛物线解析式．

解答：解：抛物线 $y=x^2$ 的顶点坐标为（0，0），把点（0，0）向右平移 1 个单位得到点的坐标为（1，0），

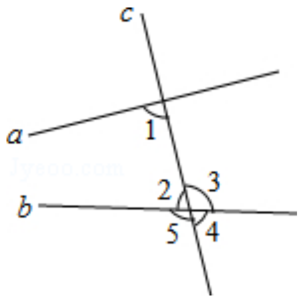
所以所得的抛物线的表达式为 $y=(x-1)^2$．

故选：C．

点评：本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所

以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式．

4．（4分）（2014•上海）如图，已知直线a、b被直线c所截，那么∠1的同位角是（　　）



A．∠2　　B．∠3　　C．∠4　　D．∠5

考点：同位角、内错角、同旁内角．

分析：根据同位角：两条直线被第三条直线所截形成的角中，若两个角都在两直线的同侧，并且在第三条直线（截线）的同旁，则这样一对角叫做同位角可得答案．

解答：解：∠1的同位角是∠5，

故选：D．

点评：此题主要考查了同位角的概念，关键是掌握同位角的边构成"F"形．

5．（4分）（2014•上海）某事测得一周PM2.5的日均值（单位：）如下：50，40，75，50，37，50，40，这组数据的中位数和众数分别是（　　）

A．50和50　　B．50和40　　C．40和50　　D．40和40

考点：众数；中位数．

分析：找中位数要把数据按从小到大的顺序排列，位于最中间的一个数或两个数的平均数为中位数；众数是一组数据中出现次数最多的数据，注意众数可以不止一个．

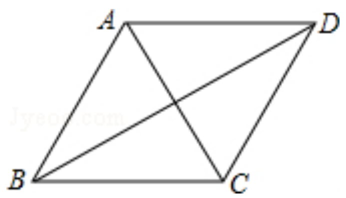
解答：解：从小到大排列此数据为：37、40、40、50、50、50、75，数据50出现了三次最多，所以50为众数；

50处在第4位是中位数．

故选：A．

点评：本题属于基础题，考查了确定一组数据的中位数和众数的能力．一些学生往往对这个概念掌握不清楚，计算方法不明确而误选其它选项，注意将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数．如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数．

6．（4分）（2014•上海）如图，已知AC、BD是菱形ABCD的对角线，那么下列结论一定正确的是（　　）



A．△ABD 与△ABC 的周长相等
B．△ABD 与△ABC 的面积相等
C．菱形的周长等于两条对角线之和的两倍
D．菱形的面积等于两条对角线之积的两倍

考点：菱形的性质．
专题：几何图形问题．
分析：分别利用菱形的性质结合各选项进而求出即可．
解答：解：A、∵四边形 ABCD 是菱形，
∴AB=BC=AD，
∵AC＜BD，
∴△ABD 与△ABC 的周长不相等，故此选项错误；
B、∵$S_{\triangle ABD}=\frac{1}{2}S_{平行四边形ABCD}$，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}S_{平行四边形ABCD}$，
∴△ABD 与△ABC 的面积相等，故此选项正确；
C、菱形的周长与两条对角线之和不存在固定的数量关系，故此选项错误；
D、菱形的面积等于两条对角线之积的$\frac{1}{2}$，故此选项错误；
故选：B．
点评：此题主要考查了菱形的性质应用，正确把握菱形的性质是解题关键．

二、填空题（每小题 4 分，共 48 分）
7．（4 分）（2014•上海）计算：a（a+1）=__a^2+a__．

考点：单项式乘多项式．
专题：计算题．
分析：原式利用单项式乘以多项式法则计算即可得到结果．
解答：解：原式=a^2+a．
故答案为：a^2+a
点评：此题考查了单项式乘以多项式，熟练掌握运算法则是解本题的关键．

8．（4 分）（2014•上海）函数 $y=\frac{1}{x-1}$的定义域是__$x\neq1$__．

考点：函数自变量的取值范围．
分析：根据分母不等于 0 列式计算即可得解．
解答：解：由题意得，$x-1\neq0$，
解得 $x\neq1$．
故答案为：$x\neq1$．

点评：本题考查了函数自变量的范围，一般从三个方面考虑：

（1）当函数表达式是整式时，自变量可取全体实数；

（2）当函数表达式是分式时，考虑分式的分母不能为 0；

（3）当函数表达式是二次根式时，被开方数非负．

9．（4 分）（2014•上海）不等式组 $\begin{cases}x-1>2\\2x<8\end{cases}$ 的解集是__ $3<x<4$ __．

考点：解一元一次不等式组．

专题：计算题．

分析：先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分就是不等式组的解集．

解答：

解：$\begin{cases}x-1>2\cdots①\\2x<8\cdots②\end{cases}$，

解①得：$x>3$，

解②得：$x<4$．

则不等式组的解集是：$3<x<4$．

故答案是：$3<x<4$

点评：本题考查的是一元一次不等式组的解，解此类题目常常要结合数轴来判断．还可以观察不等式的解，若 x＞较小的数、＜较大的数，那么解集为 x 介于两数之间．

10．（4 分）（2014•上海）某文具店二月份销售各种水笔 320 支，三月份销售各种水笔的支数比二月份增长了 10%，那么该文具店三月份销售各种水笔__ 352 __支．

考点：有理数的混合运算．

专题：应用题．

分析：三月份销售各种水笔的支数比二月份增长了 10%，是把二月份销售的数量看作单位“1”，增加的量是二月份的 10%，即三月份生产的是二月份的（1+10%），由此得出答案．

解答：解：$320\times(1+10\%)$

$=320\times1.1$

$=352$（支）．

答：该文具店三月份销售各种水笔 352 支．

故答案为：352．

点评：此题考查有理数的混合运算，理解题意，列出算式解决问题．

11．（4 分）（2014•上海）如果关于 x 的方程 $x^2-2x+k=0$（k 为常数）有两个不相等的实数根，那么 k 的取值范围是__ $k<1$ __．

考点：根的判别式．

分析：根据一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的根的判别式的意义得到$\triangle>0$，即$(-2)^2-4\times1\times k>0$，然后解不等式即可．

解答：解：∵关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$（k 为常数）有两个不相等的实数根，

∴△＞0，即（－2）$^2-4\times1\times k$＞0，

解得 k＜1，

∴k 的取值范围为 k＜1．

故答案为：k＜1．

点评：本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（a≠0，a，b，c 为常数）的根的判别式△=b^2-4ac．当△＞0，方程有两个不相等的实数根；当△=0，方程有两个相等的实数根；当△＜0，方程没有实数根．

12．（4 分）（2014•上海）已知传送带与水平面所成斜坡的坡度 i=1：2.4，如果它把物体送到离地面 10 米高的地方，那么物体所经过的路程为 <u>26</u> 米．

考点：解直角三角形的应用-坡度坡角问题．

专题：应用题．

分析：首先根据题意画出图形，根据坡度的定义，由勾股定理即可求得答案．

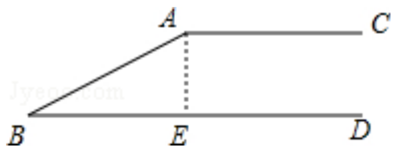
解答：解：如图，由题意得：斜坡 AB 的坡度：i=1：2.4，AE=10 米，AE⊥BD，

∵$i=\frac{AE}{BE}=\frac{1}{2.4}$，

∴BE=24 米，

∴在 Rt△ABE 中，$AB=\sqrt{AE^2+BE^2}=26$（米）．

故答案为：26．



点评：此题考查了坡度坡角问题．此题比较简单，注意掌握数形结合思想的应用，注意理解坡度的定义．

13．（4 分）（2014•上海）如果从初三（1）、（2）、（3）班中随机抽取一个班与初三（4）班进行一场拔河比赛，那么恰好抽到初三（1）班的概率是 $\underline{\frac{1}{3}}$．

考点：概率公式．

分析：由从初三（1）、（2）、（3）班中随机抽取一个班与初三（4）班进行一场拔河比赛，直接利用概率公式求解即可求得答案．

解答：解：∵从初三（1）、（2）、（3）班中随机抽取一个班与初三（4）班进行一场拔河比赛，

∴恰好抽到初三（1）班的概率是：$\frac{1}{3}$．

故答案为：$\frac{1}{3}$．

点评：此题考查了概率公式的应用．用到的知识点为：概率=所求情况数与总情况数之比．

14．（4 分）（2014•上海）已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 是常数，k≠0），在其图象所在的每一个象限内，y 的值随着 x 的值的增大而增大，那么这个反比例函数的解析式是__$y=-\frac{2}{x}$__（只需写一个）．

考点：反比例函数的性质．
专题：开放型．
分析：首先根据反比例函数的性质可得 k＜0，再写一个符合条件的数即可．
解答：解：∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 是常数，k≠0），在其图象所在的每一个象限内，y 的值随着 x 的值的增大而增大，

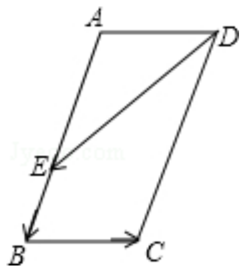
∴k＜0，

∴$y=-\frac{2}{x}$，

故答案为：$y=-\frac{2}{x}$．

点评：此题主要考查了反比例函数的性质，关键是掌握对于反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，当 k＞0 时，在每一个象限内，函数值 y 随自变量 x 的增大而减小；当 k＜0 时，在每一个象限内，函数值 y 随自变量 x 增大而增大．

15．(4 分)(2014•上海)如图，已知在平行四边形 ABCD 中，点 E 在边 AB 上，且 AB=3EB．设 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{b}$，那么 $\overrightarrow{DE}=$__$\frac{2}{3}\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$__（结果用 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$表示）．



考点：*平面向量．
分析：由点 E 在边 AB 上，且 AB=3EB．设 $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$，可求得 $\overrightarrow{AE}$，又由在平行四边形 ABCD 中，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{b}$，求得 $\overrightarrow{AD}$，再利用三角形法则求解即可求得答案．

解答：解：∵AB=3EB．$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{a}$，

∴$\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\overrightarrow{a}$，

∵平行四边形 ABCD 中，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{b}$，

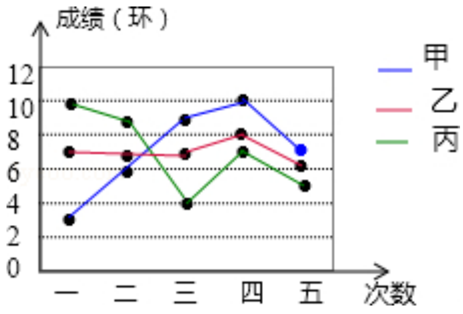
∴$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{b}$，

∴$\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$.

故答案为：$\frac{2}{3}\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$.

点评：此题考查了平面向量的知识．此题难度不大，注意掌握三角形法则与平行四边形法则的应用，注意掌握数形结合思想的应用．

16．（4 分）（2014•上海）甲、乙、丙三人进行飞镖比赛，已知他们每人五次投得的成绩如图，那么三人中成绩最稳定的是__乙__．



考点：方差；折线统计图．

专题：图表型．

分析：根据方差的意义数据波动越小，数据越稳定即可得出答案．

解答：解：根据图形可得：乙的成绩波动最小，数据最稳定，

则三人中成绩最稳定的是乙；

故答案为：乙．

点评：本题考查了方差的意义．方差是用来衡量一组数据波动大小的量，方差越大，表明这组数据偏离平均数越大，即波动越大，数据越不稳定；反之，方差越小，表明这组数据分布比较集中，各数据偏离平均数越小，即波动越小，数据越稳定．

17．（4 分）（2014•上海）一组数：2，1，3，x，7，y，23，…，满足"从第三个数起，前两个数依次为 a、b，紧随其后的数就是 2a﹣b"，例如这组数中的第三个数"3"是由"2×2﹣1"得到的，那么这组数中 y 表示的数为__﹣9__．

考点：规律型：数字的变化类．

分析：根据"从第三个数起，前两个数依次为 a、b，紧随其后的数就是 2a﹣b"，首先建立方程 2×3﹣x=7，求得 x，进一步利用此规定求得 y 即可．

解答：解：

解法一：常规解法

∵从第三个数起，前两个数依次为 a、b，紧随其后的数就是 2a﹣b

∴2×3﹣x=7

∴x=﹣1

则 2×（﹣1）﹣7=y

解得 y=﹣9．

解法二：技巧型

∵从第三个数起，前两个数依次为 a、b，紧随其后的数就是 2a﹣b

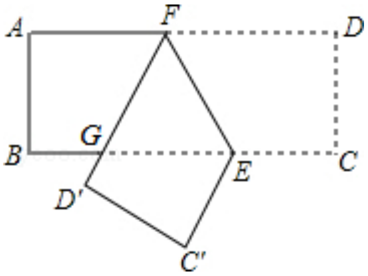
∴$7\times2-y=23$

∴$y=-9$

故答案为：﹣9．

点评：此题考查数字的变化规律，注意利用定义新运算方法列方程解决问题．

18．（4 分）（2014•上海）如图，已知在矩形 ABCD 中，点 E 在边 BC 上，BE=2CE，将矩形沿着过点 E 的直线翻折后，点 C、D 分别落在边 BC 下方的点 C′、D′处，且点 C′、D′、B 在同一条直线上，折痕与边 AD 交于点 F，D′F 与 BE 交于点 G．设 AB=t，那么△EFG 的周长为__$2\sqrt{3}t$__（用含 t 的代数式表示）．



考点：翻折变换（折叠问题）．

专题：几何图形问题．

分析：根据翻折的性质可得 CE=C′E，再根据直角三角形 30°角所对的直角边等于斜边的一半判断出∠EBC′=30°，然后求出∠BGD′=60°，根据对顶角相等可得∠FGE=∠∠BGD′=60°，根据两直线平行，内错角相等可得∠AFG=∠FGE，再求出∠EFG=60°，然后判断出△EFG 是等边三角形，根据等边三角形的性质表示出 EF，即可得解．

解答：解：由翻折的性质得，CE=C′E，

∵BE=2CE，

∴BE=2C′E，

又∵∠C′=∠C=90°，

∴∠EBC′=30°，

∵∠FD′C′=∠D=90°，

∴∠BGD′=60°，

∴∠FGE=∠BGD′=60°，

∵AD∥BC，

∴∠AFG=∠FGE=60°，

∴$\angle EFG=\frac{1}{2}(180°-\angle AFG)=\frac{1}{2}(180°-60°)=60°$，

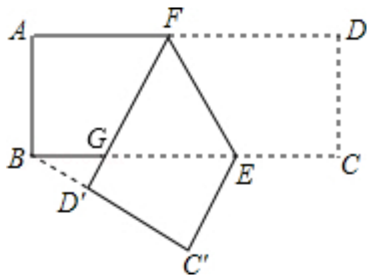
∴△EFG 是等边三角形，

∵AB=t，

∴$EF=t\div\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{2\sqrt{3}}{3}t$，

∴△EFG 的周长$=3\times\frac{2\sqrt{3}}{3}t=2\sqrt{3}t$．

故答案为：$2\sqrt{3}$t.



点评：本题考查了翻折变换的性质，直角三角形 30°角所对的直角边等于斜边的一半，等边三角形的判定与性质，熟记性质并判断出△EFG 是等边三角形是解题的关键.

三、解答题（本题共 7 题，满分 78 分）

19.（10 分）（2014•上海）计算：$\sqrt{12}-\frac{1}{\sqrt{3}}-8^{\frac{1}{3}}+|2-\sqrt{3}|$.

考点：实数的运算；分数指数幂.

专题：计算题.

分析：本题涉及绝对值、二次根式化简两个考点．针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果.

解答：解：原式$=2\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}-2+2-\sqrt{3}$

$=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

点评：本题考查实数的综合运算能力，是各地中考题中常见的计算题型．解决此类题目的关键是熟记特殊角的三角函数值，熟练掌握负整数指数幂、零指数幂、二次根式、绝对值等考点的运算.

20.（10 分）（2014•上海）解方程：$\frac{x+1}{x-1}-\frac{2}{x^2-1}=\frac{1}{x+1}$.

考点：解分式方程.

专题：计算题；转化思想.

分析：分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

解答：解：去分母得：$(x+1)^2-2=x-1$，

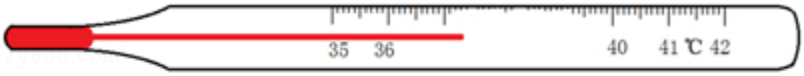
整理得：$x^2+x=0$，即 $x(x+1)=0$，

解得：$x=0$ 或 $x=-1$，

经检验 $x=-1$ 是增根，分式方程的解为 $x=0$.

点评：此题考查了解分式方程，解分式方程的基本思想是"转化思想"，把分式方程转化为整式方程求解．解分式方程一定注意要验根.

21．（10分）（2014•上海）已知水银体温计的读数y（℃）与水银柱的长度x（cm）之间是一次函数关系．现有一支水银体温计，其部分刻度线不清晰（如图），表中记录的是该体温计部分清晰刻度线及其对应水银柱的长度．



水银柱的长度x（cm）	4.2	...	8.2	9.8
体温计的读数y（℃）	35.0	...	40.0	42.0

（1）求y关于x的函数关系式（不需要写出函数的定义域）；

（2）用该体温计测体温时，水银柱的长度为6.2cm，求此时体温计的读数．

考点：一次函数的应用．

专题：应用题；待定系数法．

分析：（1）设y关于x的函数关系式为y=kx+b，由统计表的数据建立方程组求出其解即可；

（2）当x=6.2时，代入（1）的解析式就可以求出y的值．

解答：解：（1）设y关于x的函数关系式为y=kx+b，由题意，得

$\begin{cases}35=4.2k+b\\40=8.2k+b\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=\frac{5}{4}\\b=29.75\end{cases}$，

∴$y=\frac{5}{4}x+29.75$．

∴y关于x的函数关系式为：$y=\frac{5}{4}x+29.75$；

（2）当x=6.2时，

$y=\frac{5}{4}\times6.2+29.75=37.5$．

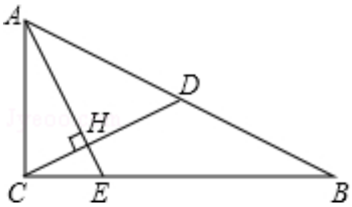
答：此时体温计的读数为37.5℃．

点评：本题考查了待定系数法求一次函数的解析式的运用，由解析式根据自变量的值求函数值的运用，解答时求出函数的解析式是关键．

22．（10分）（2014•上海）如图，已知Rt△ABC中，∠ACB=90°，CD是斜边AB上的中线，过点A作AE⊥CD，AE分别与CD、CB相交于点H、E，AH=2CH．

（1）求sinB的值；

（2）如果CD=$\sqrt{5}$，求BE的值．



考点：解直角三角形；直角三角形斜边上的中线．

专题：几何图形问题．

分析：（1）根据∠ACB=90°，CD 是斜边 AB 上的中线，可得出 CD=BD，则∠B=∠BCD，再由 AE⊥CD，可证明∠B=∠CAH，由 AH=2CH，可得出 CH：AC=1：$\sqrt{5}$，即可得出 sinB 的值；

（2）根据 sinB 的值，可得出 AC：AB=1：$\sqrt{5}$，再由 AB=$2\sqrt{5}$，得 AC=2，则 CE=1，从而得出 BE．

解答：解：（1）∵∠ACB=90°，CD 是斜边 AB 上的中线，

∴CD=BD，

∴∠B=∠BCD，

∵AE⊥CD，

∴∠CAH+∠ACH=90°，

又∠ACB=90°

∴∠BCD+∠ACH=90°

∴∠B=∠BCD=∠CAH，即∠B=∠CAH，

∵AH=2CH，

∴由勾股定理得 AC=$\sqrt{5}$CH，

∴CH：AC=1：$\sqrt{5}$，

∴sinB=$\frac{\sqrt{5}}{5}$；

（2）∵sinB=$\frac{\sqrt{5}}{5}$，

∴AC：AB=1：$\sqrt{5}$，

∴AC=2．

∵∠CAH=∠B，

∴sin∠CAH=sinB=$\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{1}{\sqrt{5}}$，

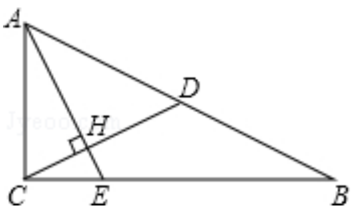
设 CE=x（x＞0），则 AE=$\sqrt{5}$x，则 $x^2+2^2=(\sqrt{5}x)^2$，

∴CE=x=1，AC=2，

在 Rt△ABC 中，$AC^2+BC^2=AB^2$，

∴BC=4，

∴BE=BC﹣CE=3．

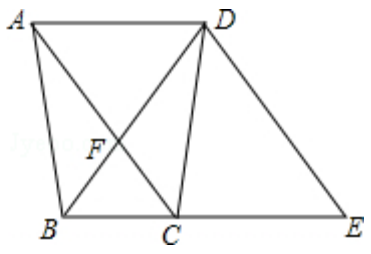


点评：本题考查了解直角三角形，以及直角三角形斜边上的中线，注意性质的应用，难度不大．

23．（12 分）（2014•上海）已知：如图，梯形 ABCD 中，AD∥BC，AB=DC，对角线 AC、BD 相交于点 F，点 E 是边 BC 延长线上一点，且∠CDE=∠ABD．

（1）求证：四边形 ACED 是平行四边形；

（2）连接 AE，交 BD 于点 G，求证：$\frac{DG}{GB}=\frac{DF}{DB}$．



考点：相似三角形的判定与性质；全等三角形的判定与性质；平行四边形的判定.

专题：证明题.

分析：（1）证△△BAD≌△CDA，推出∠ABD=∠ACD=∠CDE，推出 AC∥DE 即可；

（2）根据平行得出比例式，再根据比例式的性质进行变形，即可得出答案.

解答：证明：（1）∵梯形 ABCD，AD∥BC，AB=CD，

∴∠BAD=∠CDA，

在△BAD 和△CDA 中

$$\begin{cases} AD=AD \\ \angle BAD=\angle CDA \\ AB=CD \end{cases}$$

∴△BAD≌△CDA（SAS），

∴∠ABD=∠ACD，

∵∠CDE=∠ABD，

∴∠ACD=∠CDE，

∴AC∥DE，

∵AD∥CE，

∴四边形 ACED 是平行四边形；

（2）∵AD∥BC，

∴$\frac{AD}{BE}=\frac{DG}{GB}$，$\frac{BC}{AD}=\frac{BF}{DF}$，

∴$\frac{BC+AD}{AD}=\frac{BF+DF}{DF}$，

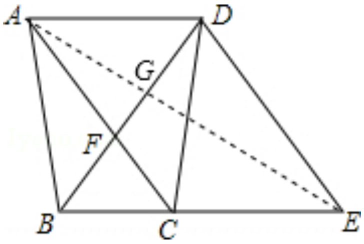
∵平行四边形 ACED，AD=CE，

∴$\frac{BC+CE}{AD}=\frac{BF+DF}{DF}$，

∴$\frac{BE}{AD}=\frac{BD}{DF}$，

∴$\frac{AD}{BE}=\frac{DF}{BD}$，

∴$\frac{DG}{GB}=\frac{DF}{DB}$.



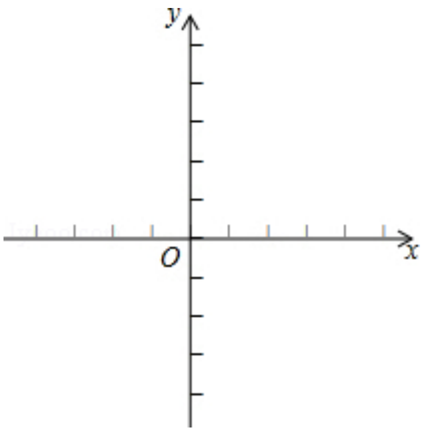
点评：本题考查了比例的性质，平行四边形的判定，平行线的判定的应用，主要考查学生运用定理进行推理的能力，题目比较好，难度适中．

24．（12分）（2014•上海）在平面直角坐标系中（如图），已知抛物线 $y=\frac{2}{3}x^2+bx+c$ 与 x 轴交于点 A（﹣1，0）和点 B，与 y 轴交于点 C（0，﹣2）．

（1）求该抛物线的表达式，并写出其对称轴；

（2）点 E 为该抛物线的对称轴与 x 轴的交点，点 F 在对称轴上，四边形 ACEF 为梯形，求点 F 的坐标；

（3）点 D 为该抛物线的顶点，设点 P（t，0），且 t＞3，如果△BDP 和△CDP 的面积相等，求 t 的值．



考点：二次函数综合题．

专题：代数几何综合题；压轴题．

分析：（1）根据待定系数法可求抛物线的表达式，进一步得到对称轴；

（2）因为 AC 与 EF 不平行，且四边形 ACEF 为梯形，所以 CE∥AF．分别求出直线 CE、AF 的解析式，进而求出点 F 的坐标；

（3）△BDP 和△CDP 的面积相等，可得 DP∥BC，根据待定系数法得到直线 BC 的解析式，根据两条平行的直线 k 值相同可得直线 DP 的解析式，进一步即可得到 t 的值．

解答：解：（1）∵抛物线 $y=\frac{2}{3}x^2+bx+c$ 经过点 A（﹣1，0），点 C（0，﹣2），

$$\therefore\begin{cases}\frac{2}{3}-b+c=0\\ c=-2\end{cases},$$

$$\text{解得}\begin{cases}b=-\frac{4}{3}\\ c=-2\end{cases}.$$

故抛物线的表达式为：$y=\frac{2}{3}x^2-\frac{4}{3}x-2=\frac{2}{3}(x-1)^2-\frac{8}{3}$，对称轴为直线 x=1；

（2）设直线 CE 的解析式为：y=kx+b，

将 E（1，0），C（0，﹣2）坐标代入得：

$\begin{cases}k+b=0\\b=-2\end{cases}$，解得$\begin{cases}k=2\\b=-2\end{cases}$，

∴直线 CE 的解析式为：y=2x﹣2．

∵AC 与 EF 不平行，且四边形 ACEF 为梯形，

∴CE∥AF．

∴设直线 AF 的解析式为：y=2x+n．

∵点 A（﹣1，0）在直线 AF 上，

∴﹣2+n=0，∴n=2．

∴设直线 AF 的解析式为：y=2x+2．

当 x=1 时，y=4，

∴点 F 的坐标为（1，4）．

（3）点 B（3，0），点 D（1，$-\frac{8}{3}$），

若△BDP 和△CDP 的面积相等，

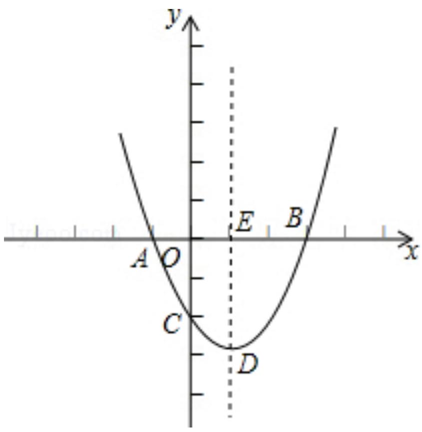
则 DP∥BC，

则直线 BC 的解析式为 $y=\frac{2}{3}x-2$，

∴直线 DP 的解析式为 $y=\frac{2}{3}x-\frac{10}{3}$，

当 y=0 时，x=5，

∴t=5．



点评：考查了二次函数综合题，涉及的知识点有：待定系数法求抛物线的表达式，待定系数法求直线的解析式，两条平行的直线之间的关系，三角形面积，分类思想的运用，综合性较强，有一定的难度．

25．（14 分）（2014•上海）如图 1，已知在平行四边形 ABCD 中，AB=5，BC=8，cosB=$\frac{4}{5}$，点 P 是边 BC 上的动点，以 CP 为半径的圆 C 与边 AD 交于点 E、F（点 F 在点 E 的右侧），射线 CE 与射线 BA 交于点 G．

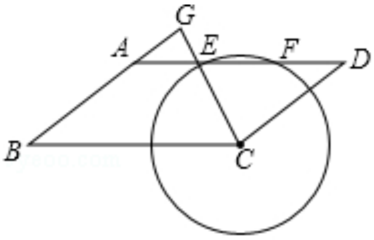


图1

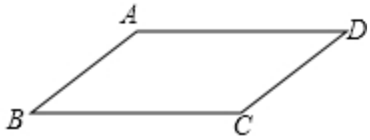


图2

（1）当圆 C 经过点 A 时，求 CP 的长；

（2）连接 AP，当 AP∥CG 时，求弦 EF 的长；

（3）当△AGE 是等腰三角形时，求圆 C 的半径长．

考点：圆的综合题．

专题：压轴题．

分析：（1）当点 A 在⊙C 上时，点 E 和点 A 重合，过点 A 作 AH⊥BC 于 H，直接利用勾股定理求出 AC 进而得出答案；

（2）首先得出四边形 APCE 是菱形，进而得出 CM 的长，进而利用锐角三角函数关系得出 CP 以及 EF 的长；

（3）∠GAE≠∠BGC，只能∠AGE=∠AEG，利用 AD∥BC，得出△GAE∽△GBC，进而求出即可．

解答：解：（1）如图 1，设⊙O 的半径为 r，

当点 A 在⊙C 上时，点 E 和点 A 重合，过点 A 作 AH⊥BC 于 H，

∴BH=AB•cosB=4，

∴AH=3，CH=4，

∴AC=$\sqrt{AH^2+CH^2}$=5，

∴此时 CP=r=5；

（2）如图 2，若 AP∥CE，APCE 为平行四边形，

∵CE=CP，

∴四边形 APCE 是菱形，

连接 AC、EP，则 AC⊥EP，

∴AM=CM=$\frac{5}{2}$，

由（1）知，AB=AC，则∠ACB=∠B，

∴CP=CE=$\frac{CM}{\cos\angle ACB}$=$\frac{25}{8}$，

∴EF=2$\sqrt{(\frac{25}{8})^2-3^2}$=$\frac{7}{4}$；

（3）如图 3：过点 C 作 CN⊥AD 于点 N，

$\because \cos B=\frac{4}{5}$，

$\therefore \angle B<45°$，

$\because \angle BCG<90°$，

$\therefore \angle BGC>45°$，

$\therefore \angle BGC>\angle B=\angle GAE$，即$\angle BGC\neq\angle GAE$，

又$\angle AEG=\angle BCG\geq\angle ACB=\angle B=\angle GAE$，

$\therefore$当$\angle AEG=\angle GAE$时，A、E、G 重合，则$\triangle AGE$不存在．

即$\angle AEG\neq\angle GAE$

$\therefore$只能$\angle AGE=\angle AEG$，

$\because AD\parallel BC$，

$\therefore \triangle GAE\backsim\triangle GBC$，

$\therefore \frac{AE}{CB}=\frac{AG}{BG}$，即$\frac{AE}{8}=\frac{AE}{AE+5}$，

解得：AE=3，EN=AN－AE=1，

$\therefore CE=\sqrt{EN^2+CN^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.

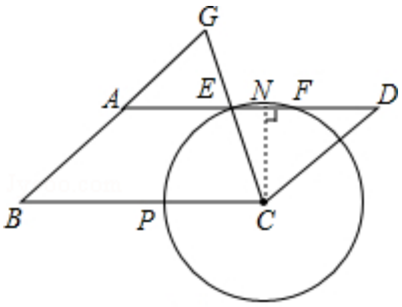


图3

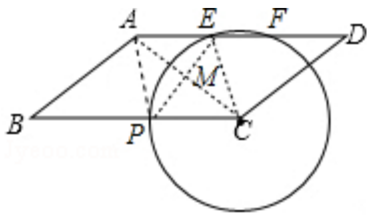


图2

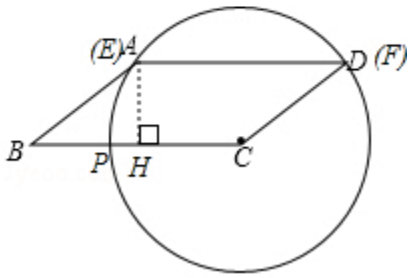


图1

点评：此题主要考查了相似三角形的判定与性质以及勾股定理以及锐角三角函数关系等知识，利用分类讨论得出$\triangle AGE$是等腰三角形时只能$\angle AGE=\angle AEG$进而求出是解题关键．

2015年上海市中考数学试卷

一、选择题：(每题4分，共24分)

1、下列实数中，是有理数的为……………………………………………………………………（　　）

A、$\sqrt{2}$；　　B、$\sqrt[3]{4}$；　　C、π；　　D、0.

2、当 $a>0$ 时，下列关于幂的运算正确的是………………………………………………（　　）

A、$a^0=1$；　　B、$a^{-1}=-a$；　　C、$(-a)^2=-a^2$；　D、$a^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{a^2}$.

3、下列 y 关于 x 的函数中，是正比例函数的为…………………………………………（　　）

A、$y=x^2$；　　B、$y=\frac{2}{x}$；　　C、$y=\frac{x}{2}$；　　D、$y=\frac{x+1}{2}$.

4、如果一个正多边形的中心角为72°，那么这个正多边形的边数是……………………（　　）

A、4；　　B、5；　　C、6；　　D、7.

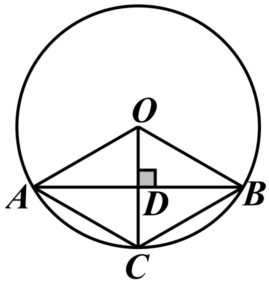
5、下列各统计量中，表示一组数据波动程度的量是………………………………………（　　）

A、平均数；　　B、众数；　　C、方差；　　D、频率.

6、如图，已知在⊙O 中，AB 是弦，半径 $OC\perp AB$，垂足为点 D，要使四边形 $OACB$ 为菱形，还需要添加一个条件，这个条件可以是…………………………………………………（　　）

A、$AD=BD$；　　B、$OD=CD$；

C、$\angle CAD=\angle CBD$；　　D、$\angle OCA=\angle OCB$.



二、填空题：(每题4分，共48分)

7、计算：$|-2|+2=$_______.

8、方程 $\sqrt{3x-2}=2$ 的解是______________.

9、如果分式 $\frac{2x}{x+3}$ 有意义，那么 x 的取值范围是____________.

10、如果关于 x 的一元二次方程 $x^2+4x-m=0$ 没有实数根，那么 m 的取值范围是________.

11、同一温度的华氏度数 y(℉)与摄氏度数 x(℃)之间的函数关系是 $y=\frac{9}{5}x+32$．如果某一温度的摄氏度数是25℃，那么它的华氏度数是________℉.

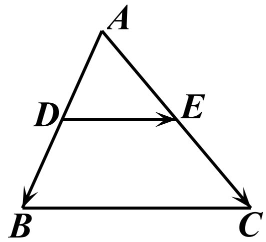
12、如果将抛物线 $y=x^2+2x-1$ 向上平移，使它经过点 $A(0，3)$，那么所得新抛物线的表达式是________.

13、某校学生会提倡双休日到养老院参加服务活动，首次活动需要 7 位同学参加，现有包括小杰在内的 50 位同学报名，因此学生会将从这 50 位同学中随机抽取 7 位，小杰被抽到参加首次活动的概率是______.

14、已知某校学生“科技创新社团”成员的年龄与人数情况如下表所示：

年龄(岁)	11	12	13	14	15
人数	5	5	16	15	12

那么“科技创新社团”成员年龄的中位数是______岁.



15、如图，已知在△ABC 中，D、E 分别是边 AB、边 AC 的中点，$\overrightarrow{AB}=\vec{m}$，$\overrightarrow{AC}=\vec{n}$，那么向量 $\overrightarrow{DE}$ 用向量 $\vec{m}$、$\vec{n}$ 表示为________.

16、已知 E 是正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上一点，$AE=AD$，过点 E 作 AC 的垂线，交边 CD 于点 F，那么∠FAD=______度.

17、在矩形 $ABCD$ 中，$AB=5$，$BC=12$，点 A 在⊙B 上．如果⊙D 与⊙B 相交，且点 B 在⊙D 内，那么⊙D 的半径长可以等于______．(只需写出一个符合要求的数)

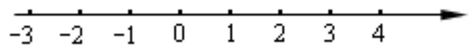
18、已知在△ABC 中，$AB=AC=8$，∠$BAC=30°$．将△ABC 绕点 A 旋转，使点 B 落在原△ABC 的点 C 处，此时点 C 落在点 D 处．延长线段 AD，交原△ABC 的边 BC 的延长线于点 E，那么线段 DE 的长等于______.

三、解答题

19、(本题满分 10 分)先化简，再求值：$\dfrac{x^2}{x^2+4x+4}\div\dfrac{x}{x+2}-\dfrac{x-1}{x+2}$，其中 $x=\sqrt{2}-1$.

20、(本题满分 10 分)

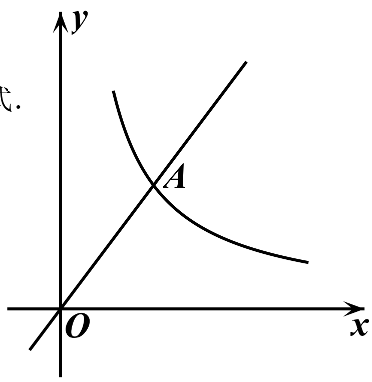
解不等式组：$\begin{cases} 4x > 2x-6 \\ \dfrac{x-1}{3} \le \dfrac{x+1}{9} \end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来.



21、(本题满分 10 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 6 分)

已知：如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正比例函数 $y=\dfrac{4}{3}x$ 的图像经过点 A，点 A 的纵坐标为 4，反比例函数 $y=\dfrac{m}{x}$ 的图像也经过点 A，第一象限内的点 B 在这个反比例函数的图像上，过点 B 作 $BC \parallel x$ 轴，交 y 轴于点 C，且 $AC=AB$.

求：(1)这个反比例函数的解析式； (2)直线 AB 的表达式.

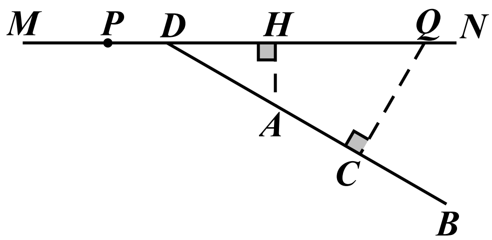


22、(本题满分 10 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 6 分)

如图，MN 表示一段笔直的高架道路，线段 AB 表示高架道路旁的一排居民楼．已知点 A 到 MN 的距离为 15 米，BA 的延长线与 MN 相交于点 D，且$\angle BDN$＝30°，假设汽车在高速道路上行驶时，周围 39 米以内会受到噪音的影响．

(1)过点 A 作 MN 的垂线，垂足为点 H．如果汽车沿着从 M 到 N 的方向在 MN 上行驶，当汽车到达点 P 处时，噪音开始影响这一排的居民楼，那么此时汽车与点 H 的距离为多少米？

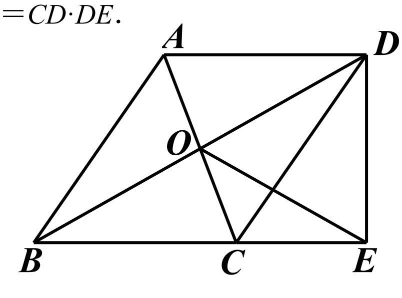
(2)降低噪音的一种方法是在高架道路旁安装隔音板．当汽车行驶到点 Q 时，它与这一排居民楼的距离 QC 为 39 米，那么对于这一排居民楼，高架道路旁安装的隔音板至少需要多少米长？(精确到 1 米) (参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.7$)



23、(本题满分 12 分，每小题满分各 6 分)

已知：如图，平行四边形 $ABCD$ 的对角线相交于点 O，点 E 在边 BC 的延长线上，且 OE＝OB，联结 DE．

(1)求证：$DE\perp BE$； (2)如果 $OE\perp CD$，求证：$BD\cdot CE$＝$CD\cdot DE$．



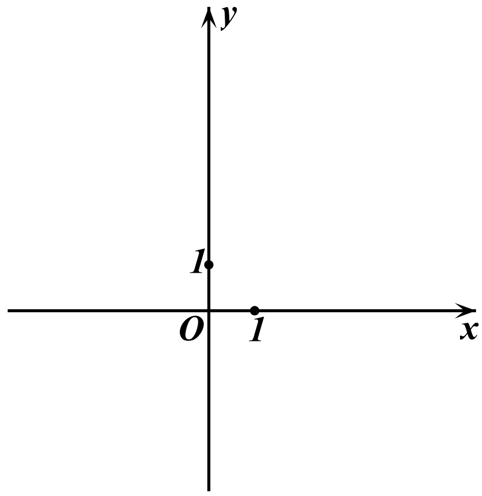
24、(本题满分 12 分，每小题满分各 4 分)

已知在平面直角坐标系 xOy 中(如图)，抛物线 $y=ax^2-4$ 与 x 轴的负半轴相交于点 A，与 y 轴相交于点 B，$AB=2\sqrt{5}$．点 P 在抛物线上，线段 AP 与 y 轴的正半轴交于点 C，线段 BP 与 x 轴相交于点 D．设点 P 的横坐标为 m．

(1)求这条抛物线的解析式；

(2)用含 m 的代数式表示线段 CO 的长；

(3)当 $\tan\angle ODC=\dfrac{3}{2}$ 时，求 $\angle PAD$ 的正弦值．



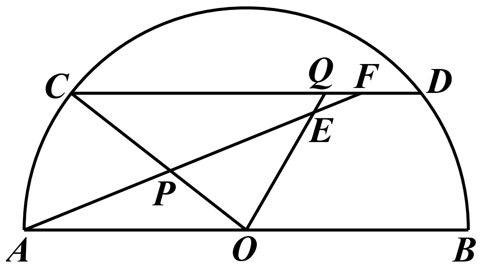
25、(本题满分 14 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 5 分，第(3)小题满分 5 分)

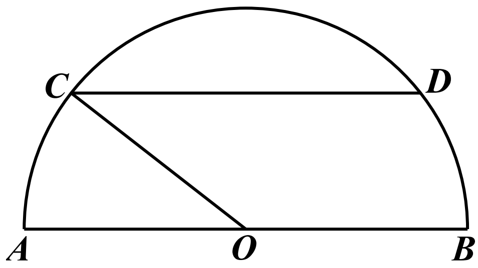
已知：如图，AB 是半圆 O 的直径，弦 $CD /\!/ AB$，动点 P、Q 分别在线段 OC、CD 上，且 $DQ=OP$，AP 的延长线与射线 OQ 相交于点 E、与弦 CD 相交于点 F(点 F 与点 C、D 不重合)，$AB=20$，$\cos\angle AOC=\dfrac{4}{5}$．设 $OP=x$，$\triangle CPF$ 的面积为 y.

(1)求证：$AP=OQ$;

(2)求 y 关于 x 的函数关系式，并写出它的定义域;

(3)当$\triangle OPE$ 是直角三角形时，求线段 OP 的长.





备用图

2015年上海中考数学解析

一、 选择题：

1	2	3	4	5	6
D	A	C	B	C	B

二、 填空题：

7	8	9	10	11	12
4	$x=2$	$x\neq 3$	$m<-4$	77	$y=x^2+2x+3$
13	**14**	**15**	**16**	**17**	**18**
$\frac{7}{50}$	14	$\frac{1}{2}\vec{n}-\frac{1}{2}\vec{m}$	22.5	14	$4\sqrt{3}-4$

三、 解答题：

19． 原式$=\dfrac{x^2}{(x+2)^2}\cdot\dfrac{x+2}{x}-\dfrac{x-1}{x+2}=\dfrac{x}{x+2}-\dfrac{x-1}{x+2}=\dfrac{1}{x+2}$，

当$x=\sqrt{2}-1$时，原式$=\dfrac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$

20． $\left.\begin{cases}4x>2x-6\Rightarrow x>-3\\ \dfrac{x-1}{3}\le\dfrac{x+1}{9}\Rightarrow x\le 2\end{cases}\right\}\Rightarrow -3<x\le 2$

在数轴上画出解集，如下图所示：

21． (1) 由已知，$A(3,4)$，故反比例函数的解析式为$y=\dfrac{12}{x}$；

(2)设$B\left(m,\dfrac{12}{m}\right)$，则$C\left(0,\dfrac{12}{m}\right)$，

$AB=AC$，即$(3-m)^2+\left(4-\dfrac{12}{m}\right)^2=3^2+\left(4-\dfrac{12}{m}\right)^2$

解得，$m_1=0$（舍），$m_2=6$，即点B的坐标为$(6,2)$

$\therefore$直线AB的解析式为$y=-\dfrac{2}{3}x+6$

22． (1)联结 PA，由已知，$AP=39m$，在 $Rt\Delta APH$ 中，

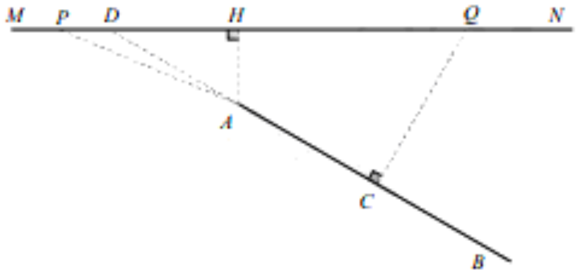
$PH=\sqrt{AP^2-AH^2}=\sqrt{39^2-15^2}=36$（米）；

(2)由题意，隔音板位置应从 P 到 Q，

在 $Rt\Delta ADH$ 中，$DH=AH\cdot\cot 30°=15\sqrt{3}$（米）；

在 $Rt\Delta CDQ$ 中，$DQ=\dfrac{CQ}{\sin 30°}=\dfrac{39}{\frac{1}{2}}=78$（米）；

$PQ=PH+HQ=PH+DQ-DH=36+78-15\sqrt{3}\approx 114-15\times 1.7=88.5\approx 89$（米）。



23． (1)∵ $OB=OE$，∴ $\angle OEB=\angle OBE$

∵四边形 $ABCD$ 是平行 XRS 四边形，∴ $OB=OD$；

∵ $OB=OE$，∴ $OD=OE$，∴ $\angle OED=\angle ODE$；

∵在 $\triangle BED$ 中，$\angle OEB+\angle OBE+\angle OED+\angle ODE=180°$，

∴ $\angle OEB+\angle OED=90°$，即 $\angle BED=90°$，故 $DE\perp BE$。

(2)设 OE 交 CD 于 H。

∵ $OE\perp CD$ 于 H，∴ $\angle CHE=90°$，∴ $\angle CEH+\angle HCE=90°$；

∵ $\angle CED=90°$，∴ $\angle CDE+\angle DCE=90°$，

∴ $\angle CDE=\angle CEH$；

∵ $\angle OEB=\angle OBE$，∴ $\angle OBE=\angle CDE$；

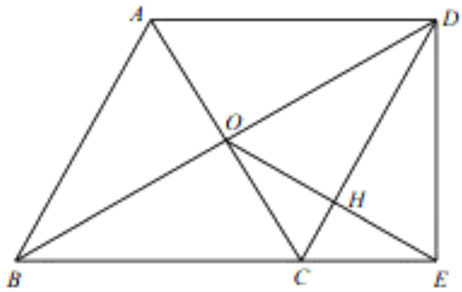
在 ΔCED 与 ΔDEB 中

$$\begin{cases}\angle CED=\angle DEB\\ \angle CDE=\angle DBE\end{cases}$$

∴ $\Delta CED\backsim\Delta DEB$

∴ $\dfrac{CE}{DE}=\dfrac{CD}{DB}$，即 $BD\cdot CE=CD\cdot DE$

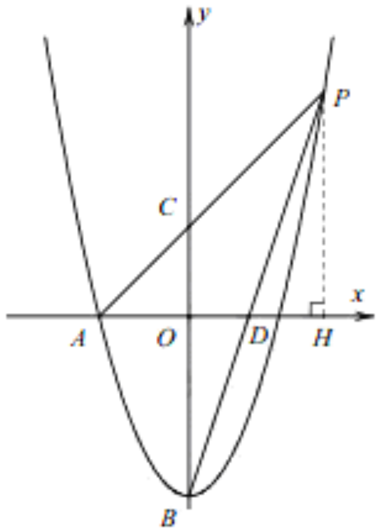
得证。



24．(1) $AB=2\sqrt{5}$，$OB=4$

$\therefore OA=2$，即 $A(-2,0)$

$\therefore$二次函数解析式为 $y=x^2-4$



(2) 由(1)得，$P(m,m^2-4)$

$\therefore l_{AP}:y=(m-2)x+2(m-2)$

$l_{BP}:y=mx-4$

$\therefore OC=2m-4$，$OD=\dfrac{4}{m}$

(3) $\tan\angle ODC=\dfrac{OC}{OD}=\dfrac{m(m-2)}{2}=\dfrac{3}{2}$

解得，$m=3$（舍负）

作 $PH\perp x$ 轴

$\therefore PH=m^2-4=5$，$AH=AO+OH=5$

$\therefore AP=5\sqrt{2}$

$\therefore \sin\angle PAD=\dfrac{PH}{AP}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

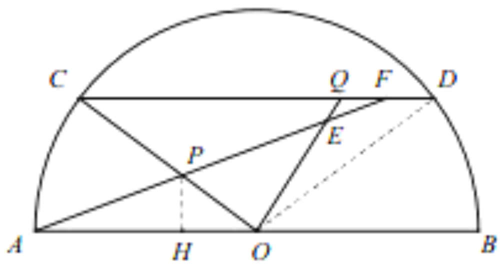
25．(1) 联结 OD

$AO=OD$，　$\angle AOC=\angle C=\angle ODQ$

$OP=DQ$

$\therefore \Delta AOP\cong\Delta ODQ$

$\therefore AP=OQ$



(2) 作 $PH\perp OA$

$\therefore OH=\dfrac{4}{5}OP=\dfrac{4}{5}x$，$PH=\dfrac{3}{5}x$

$\therefore S_{\Delta AOP}=\dfrac{1}{2}AO\cdot PH=3x$

又 $\Delta PFC\backsim\Delta PAO$

$\therefore \dfrac{y}{S_{\Delta AOP}}=\left(\dfrac{CP}{OP}\right)^2=\left(\dfrac{10-x}{x}\right)^2$，即 $y=\dfrac{3x^2-60x+300}{x}\left(\dfrac{50}{13}<x<10\right)$

(3) 当 $\angle POE=90°$ 时，$CQ=\dfrac{OC}{\cos\angle QCO}=\dfrac{25}{2}$，$OP=DQ=CD-CQ=\dfrac{7}{2}$（舍）

当 $\angle OPE=90°$ 时，$OP=AO\cdot\cos\angle COA=8$

当 $\angle OEP=90°$ 时，$\angle AOQ=\angle DQO=\angle APO$

$\therefore \angle AOC=\angle AEO$，即 $\angle OEP=\angle COA$，即，此种情况XRS不存在

$\therefore$线段 OP 的长为8

2016年上海市中考数学试卷

一、选择题：本大题共6小题，每小题4分，共24分

1．如果a与3互为倒数，那么a是（　　）

A．－3　　B．3　　C．$-\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{3}$

2．下列单项式中，与a^2b是同类项的是（　　）

A．$2a^2b$　　B．a^2b^2　　C．ab^2　　D．$3ab$

3．如果将抛物线$y=x^2+2$向下平移1个单位，那么所得新抛物线的表达式是（　　）

A．$y=(x-1)^2+2$　　B．$y=(x+1)^2+2$　　C．$y=x^2+1$　　D．$y=x^2+3$

4．某校调查了20名男生某一周参加篮球运动的次数，调查结果如表所示，那么这20名男生该周参加篮球运动次数的平均数是（　　）

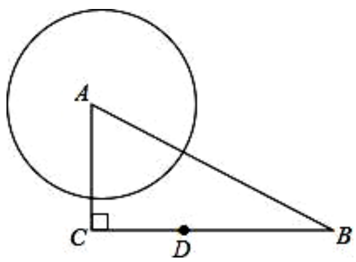
次数	2	3	4	5
人数	2	2	10	6

A．3次　　B．3.5次　　C．4次　　D．4.5次

5．已知在△ABC中，$AB=AC$，AD是角平分线，点D在边BC上，设$\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，那么向量$\overrightarrow{AC}$用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示为（　　）

A．$\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$　　B．$\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$　　C．$-\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}$　　D．$-\frac{1}{2}\vec{a}-\vec{b}$

6．如图，在Rt△ABC中，∠C=90°，AC=4，BC=7，点D在边BC上，CD=3，⊙A的半径长为3，⊙D与⊙A相交，且点B在⊙D外，那么⊙D的半径长r的取值范围是（　　）



A．1＜r＜4　　B．2＜r＜4　　C．1＜r＜8　　D．2＜r＜8

二、填空题：本大题共12小题，每小题4分，共48分

7．计算：$a^3\div a=$____________.

8．函数$y=\frac{3}{x-2}$的定义域是____________.

9．方程$\sqrt{x-1}=2$的解是____________.

10．如果 $a=\dfrac{1}{2},b=-3$，那么代数式 $2a+b$ 的值为____________.

11．不等式组 $\begin{cases}2x<5\\x-1<0\end{cases}$ 的解集是____________.

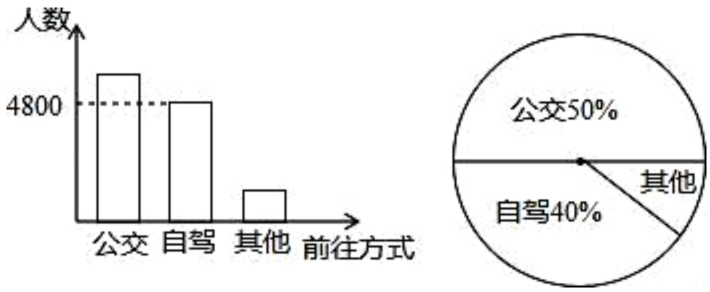
12. 如果关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$ 有两个相等的实数根，那么实数 k 的值是____________.

13．已知反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}\left(k\neq 0\right)$，如果在这个函数图象所在的每一个象限内，y 的值随着 x 的值增大而减小，那么 k 的取值范围是____________.

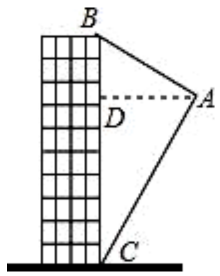
14．有一枚材质均匀的正方体骰子，它的六个面上分别有 1 点、2 点、…6 点的标记，掷一次骰子，向上的一面出现的点数是 3 的倍数的概率是____________.

15．在△*ABC* 中，点 *D*、*E* 分别是边 *AB*、*AC* 的中点，那么△*ADE* 的面积与△*ABC* 的面积的比是____________.

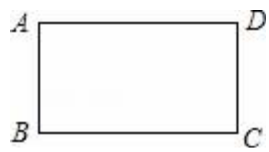
16．今年 5 月份有关部门对计划去上海迪士尼乐园的部分市民的前往方式进行调查，图 1 和图 2 是收集数据后绘制的两幅不完整统计图. 根据图中提供的信息，那么本次调查的对象中选择公交前往的人数是____________.



16 题图



17 题图



18 题图

17．如图，航拍无人机从 *A* 处测得一幢建筑物顶部 *B* 的仰角为 30°，测得底部 *C* 的俯角为 60°，此时航拍无人机与该建筑物的水平距离 *AD* 为 90 米，那么该建筑物的高度 *BC* 约为__米．（精确到 1 米，参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.73$）

18．如图，矩形 *ABCD* 中，BC=2，将矩形 *ABCD* 绕点 *D* 顺时针旋转 90°，点 *A*、*C* 分别落在点 *A′*、*C′*处．如果点 *A′*、*C′*、*B* 在同一条直线上，那么 tan∠*ABA′*的值为____________.

三、解答题：本大题共 7 小题，共 78 分

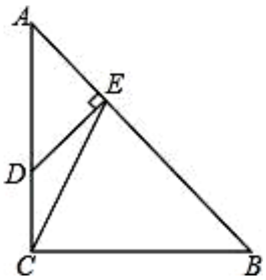
19．计算：$\left|\sqrt{3}-1\right|-4^{\frac{1}{2}}-\sqrt{12}+\left(\dfrac{1}{3}\right)^{-2}$

20．解方程：$\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}=1$．

21．如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$AC=BC=3$，点 D 在边 AC 上，且 $AD=2CD$，$DE\perp AB$，垂足为点 E，联结 CE，求：

（1）线段 BE 的长；

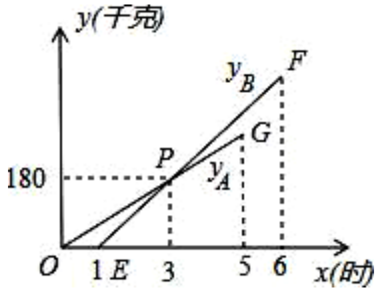
（2）$\angle ECB$ 的余切值．



22．某物流公司引进 A、B 两种机器人用来搬运某种货物，这两种机器人充满电后可以连续搬运 5 小时，A 种机器人于某日 0 时开始搬运，过了 1 小时，B 种机器人也开始搬运，如图，线段 OG 表示 A 种机器人的搬运量 y_A（千克）与时间 x（时）的函数图象，根据图象提供的信息，解答下列问题：

（1）求 y_B 关于 x 的函数解析式；

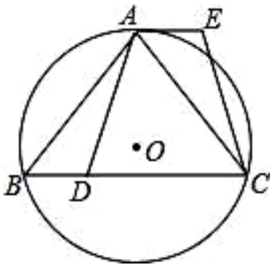
（2）如果 A、B 两种机器人连续搬运 5 个小时，那么 B 种机器人比 A 种机器人多搬运了多少千克？



23．已知：如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，$AB=AC$，点 D 在边 BC 上，$AE\parallel BC$，$AE=BD$．

（1）求证：$AD=CE$；

（2）如果点 G 在线段 DC 上（不与点 D 重合），且 $AG=AD$，求证：四边形 $AGCE$ 是平行四边形．

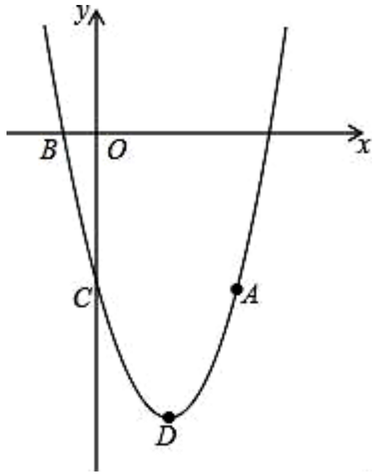


24．如图，抛物线 $y=ax^2+bx-5\ (a\neq 0)$ 经过点 $A(4,-5)$，与 x 轴的负半轴交于点 B，与 y 轴交于点 C，且 $OC=5OB$，抛物线的顶点为点 D．

（1）求这条抛物线的表达式；

（2）联结 AB、BC、CD、DA，求四边形 $ABCD$ 的面积；

（3）如果点 E 在 y 轴的正半轴上，且 $\angle BEO=\angle ABC$，求点 E 的坐标．

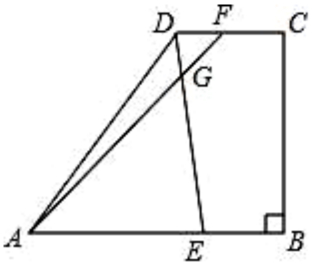


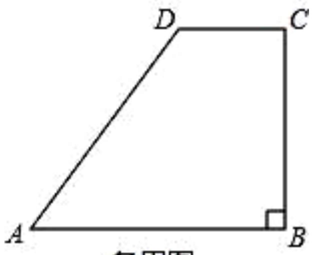
25．如图所示，梯形 $ABCD$ 中，$AB\parallel DC$，$\angle B=90°$，$AD=15$，$AB=16$，$BC=12$，点 E 是边 AB 上的动点，点 F 是射线 CD 上一点，射线 ED 和射线 AF 交于点 G，且 $\angle AGE=\angle DAB$．

（1）求线段 CD 的长；

（2）如果△AEG 是以 EG 为腰的等腰三角形，求线段 AE 的长；

（3）如果点 F 在边 CD 上（不与点 C、D 重合），设 $AE=x$，$DF=y$，求 y 关于 x 的函数解析式，并写出 x 的取值范围．





备用图

2016年上海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共6小题，每小题4分，共24分

1．如果a与3互为倒数，那么a是（　　）

A．﹣3 B．3 C．$-\frac{1}{3}$ D．$\frac{1}{3}$

【考点】倒数．

【分析】根据乘积为1的两个数互为倒数，可得答案．

【解答】解：由a与3互为倒数，得

a是$\frac{1}{3}$，

故选：D．

【点评】本题考查了倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键．

2．下列单项式中，与a^2b是同类项的是（　　）

A．$2a^2b$ B．a^2b^2C．ab^2D．3ab

【考点】同类项．

【分析】根据同类项的概念：所含字母相同，并且相同字母的指数也相同，结合选项解答即可．

【解答】解：A、$2a^2b$与a^2b所含字母相同，且相同字母的指数也相同，是同类项，故本选项正确；

B、a^2b^2与a^2b所含字母相同，但相同字母b的指数不相同，不是同类项，故本选项错误；

C、ab^2与a^2b所含字母相同，但相同字母a的指数不相同，不是同类项，本选项错误；

D、3ab与a^2b所含字母相同，但相同字母a的指数不相同，不是同类项，本选项错误．

故选A．

【点评】本题考查了同类项的知识，解答本题的关键是掌握同类项中相同字母的指数相同的概念．

3．如果将抛物线$y=x^2+2$向下平移1个单位，那么所得新抛物线的表达式是（　　）

A．y=（x﹣1）^{2}+2 B．y=（x+1）^{2}+2 C．y=x^2+1 D．y=x^2+3

【考点】二次函数图象与几何变换．

【分析】根据向下平移，纵坐标相减，即可得到答案．

【解答】解：∵抛物线 y=x^2+2 向下平移 1 个单位，

∴抛物线的解析式为 y=x^2+2﹣1，即 y=x^2+1．

故选 C．

【点评】本题考查了二次函数的图象与几何变换，向下平移|a|个单位长度纵坐标要减|a|．

4．某校调查了 20 名男生某一周参加篮球运动的次数，调查结果如表所示，那么这 20 名男生该周参加篮球运动次数的平均数是（　　）

次数	2	3	4	5
人数	2	2	10	6

A．3 次 B．3.5 次 C．4 次 D．4.5 次

【考点】加权平均数．

【分析】加权平均数：若 n 个数 x_1，x_2，x_3，…，x_n 的权分别是 w_1，w_2，w_3，…，w_n，则 x1w1+x2w2+…+xnwnw1+w2+…+wn 叫做这 n 个数的加权平均数，依此列式计算即可求解．

【解答】解：（2×2+3×2+4×10+5×6）÷20

=（4+6+40+30）÷20

80÷20

=4（次）．

答：这 20 名男生该周参加篮球运动次数的平均数是 4 次．

【点评】本题考查的是加权平均数的求法．本题易出现的错误是求 2，3，4，5 这四个数的平均数，对平均数的理解不正确．

5．已知在△ABC 中，AB=AC，AD 是角平分线，点 D 在边 BC 上，设$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}$，那么向量$\overrightarrow{AC}$用向量$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$表示为（　　）

A．$\frac{1}{2}\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$B．$\frac{1}{2}\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$C．$-\frac{1}{2}\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$D．$-\frac{1}{2}\overrightarrow{a}-\overrightarrow{b}$

【考点】*平面向量．

【分析】由△ABC 中，AD 是角平分线，结合等腰三角形的性质得出 BD=DC，可求得$\overrightarrow{DC}$的值，然后利用三角形法则，求得答案．

【解答】解：如图所示：∵在△ABC 中，AB=AC，AD 是角平分线，

∴BD=DC，

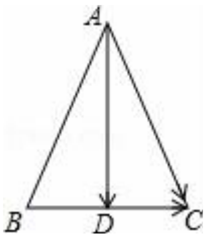
∵$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{a}$，

∴$\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{a}$，

∵$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{b}$，

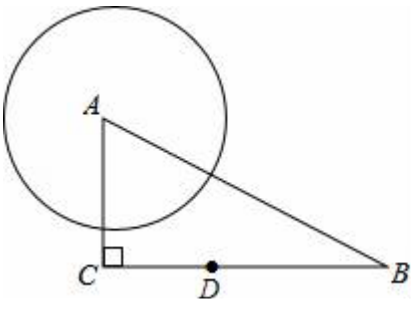
∴$\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$．

故选：A．



【点评】此题考查了平面向量的知识，注意掌握三角形法则的应用是解题关键．

6．如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=4，BC=7，点 D 在边 BC 上，CD=3，⊙A 的半径长为 3，⊙D 与⊙A 相交，且点 B 在⊙D 外，那么⊙D 的半径长 r 的取值范围是（　　）



A．1＜r＜4 B．2＜r＜4 C．1＜r＜8 D．2＜r＜8

【考点】圆与圆的位置关系；点与圆的位置关系．

【分析】连接 AD，

根据勾股定理得到 AD=5，

根据圆与圆的位置关系得到 r＞5﹣3=2，

由点 B 在⊙D 外，

于是得到 r＜4，

即可得到结论．

【解答】解：连接 AD，

∵AC=4，CD=3，∠C=90°，

∴AD=5，

∵⊙A 的半径长为 3，⊙D 与⊙A 相交，

∴r＞5 - 3=2，

∵BC=7，

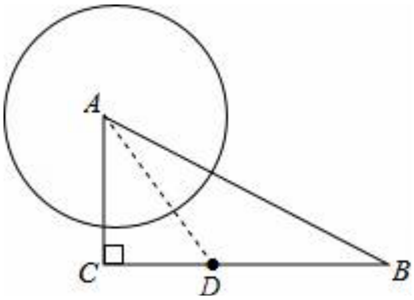
∴BD=4，

∵点 B 在⊙D 外，

∴r＜4，

∴⊙D 的半径长 r 的取值范围是 2＜r＜4，

故选 B．



【点评】本题考查了圆与圆的位置关系，点与圆的位置关系，设点到圆心的距离为 d，则当 d=r 时，点在圆上；当 d＞r 时，点在圆外；当 d＜r 时，点在圆内．

二、填空题：本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分

7．计算：$a^3 \div a=$__a^2__．

【考点】同底数幂的除法．

【专题】计算题．

【分析】根据同底数幂相除，底数不变指数相减进行计算即可求解．

【解答】解：$a^3 \div a=a^{3-1}=a^2$．

故答案为：a^2．

【点评】本题考查了同底数幂的除法的运算性质，熟记运算性质是解题的关键．

8．函数 $y=\frac{3}{x-2}$的定义域是__$x\neq2$__.

【考点】函数自变量的取值范围.

【分析】直接利用分式有意义的条件得出答案.

【解答】解：函数 $y=\frac{3}{x-2}$的定义域是：$x\neq2$.

故答案为：$x\neq2$.

【点评】此题主要考查了函数自变量的取值范围，正确把握相关性质是解题关键.

9．方程$\sqrt{x-1}=2$ 的解是__$x=5$__.

【考点】无理方程.

【分析】利用两边平方的方法解出方程，检验即可.

【解答】解：方程两边平方得，$x-1=4$，

解得，$x=5$，

把 $x=5$ 代入方程，左边=2，右边=2，

左边=右边，

则 $x=5$ 是原方程的解，

故答案为：$x=5$.

【点评】本题考查的是无理方程的解法，正确利用两边平方的方法解出方程，并正确进行验根是解题的关键.

10．如果 $a=\frac{1}{2}$，$b=-3$，那么代数式 $2a+b$ 的值为__-2__.

【考点】代数式求值.

【专题】计算题；实数.

【分析】把 a 与 b 的值代入原式计算即可得到结果.

【解答】解：当 $a=\frac{1}{2}$，$b=-3$ 时，$2a+b=1-3=-2$，

故答案为：-2

【点评】此题考查了代数式求值，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

11．不等式组$\begin{cases}2x<5\\x-1<0\end{cases}$的解集是__x＜1__．

【考点】解一元一次不等式组．

【分析】首先解每个不等式，两个不等式的解集的公共部分就是不等式组的解集．

【解答】解：$\begin{cases}2x<5\cdots①\\x-1<0\cdots②\end{cases}$，

解①得$x<\frac{5}{2}$，

解②得$x<1$，

则不等式组的解集是$x<1$．

故答案是：$x<1$．

【点评】本题考查了一元一次不等式组的解法：解一元一次不等式组时，一般先求出其中各不等式的解集，再求出这些解集的公共部分，解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到．

12．如果关于x的方程$x^2-3x+k=0$有两个相等的实数根，那么实数k的值是__$\frac{9}{4}$__．

【考点】根的判别式；解一元一次方程．

【分析】根据方程有两个相等的实数根结合根的判别式，即可得出关于k的一元一次方程，解方程即可得出结论．

【解答】解：∵关于x的方程$x^2-3x+k=0$有两个相等的实数根，

∴$\triangle=(-3)^2-4\times1\times k=9-4k=0$，

解得：$k=\frac{9}{4}$．

故答案为：$\frac{9}{4}$．

【点评】本题考查了根的判别式以及解一元一次方程，解题的关键是找出$9-4k=0$．本题属于基础题，难度不大，解决该题型题目时，根据方程解的情况结合根的判别式得出方程（不等式或不等式组）是关键．

13．已知反比例函数$y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$），如果在这个函数图象所在的每一个象限内，y的值随着x的值增大而减小，那么k的取值范围是__$k>0$__．

【考点】反比例函数的性质.

【分析】直接利用当 k＞0，双曲线的两支分别位于第一、第三象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而减小；当 k＜0，双曲线的两支分别位于第二、第四象限，在每一象限内 y 随 x 的增大而增大，进而得出答案.

【解答】解：∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k≠0），如果在这个函数图象所在的每一个象限内，y 的值随着 x 的值增大而减小，

∴k 的取值范围是：k＞0.

故答案为：k＞0.

【点评】此题主要考查了反比例函数的性质，正确记忆增减性是解题关键.

14．有一枚材质均匀的正方体骰子，它的六个面上分别有 1 点、2 点、…6 点的标记，掷一次骰子，向上的一面出现的点数是 3 的倍数的概率是__$\frac{1}{3}$__.

【考点】概率公式.

【专题】计算题.

【分析】共有 6 种等可能的结果数，其中点数是 3 的倍数有 3 和 6，从而利用概率公式可求出向上的一面出现的点数是 3 的倍数的概率.

【解答】解：掷一次骰子，向上的一面出现的点数是 3 的倍数的概率=$\frac{2}{6}$=$\frac{1}{3}$.

故答案为$\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查了概率公式：随机事件 A 的概率 P（A）=事件 A 可能出现的结果数除以所有可能出现的结果数.

15．在△ABC 中，点 D、E 分别是边 AB、AC 的中点，那么△ADE 的面积与△ABC 的面积的比是__$\frac{1}{4}$__.

【考点】三角形中位线定理.

【分析】构建三角形中位线定理得 DE∥BC，推出△ADE∽△ABC，所以$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=(\frac{DE}{BC})^2$，由此即可证明.

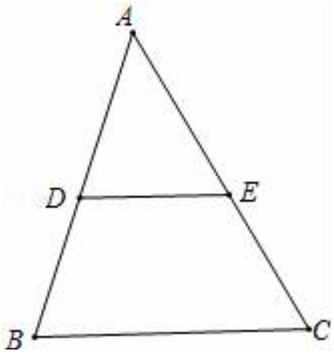
【解答】解：如图，∵AD=DB，AE=EC，

∴DE∥BC．$DE=\frac{1}{2}BC$，

∴△ADE∽△ABC，

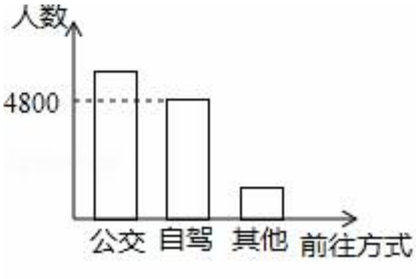
∴$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=\left(\frac{DE}{BC}\right)^2=\frac{1}{4}$，

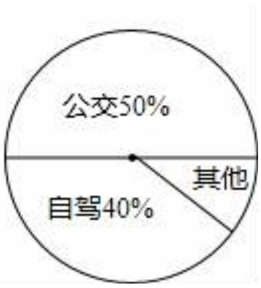
故答案为$\frac{1}{4}$.



【点评】本题考查三角形中位线定理，相似三角形的判定和性质，解题的关键是记住相似三角形的面积比等于相似比的平方，属于中考常考题型.

16．今年5月份有关部门对计划去上海迪士尼乐园的部分市民的前往方式进行调查，图1和图2是收集数据后绘制的两幅不完整统计图．根据图中提供的信息，那么本次调查的对象中选择公交前往的人数是 6000 .





【考点】条形统计图；扇形统计图.

【分析】根据自驾车人数除以百分比，可得答案.

【解答】解：由题意，得

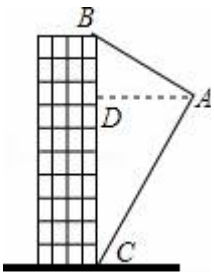
4800÷40%=12000，

公交 12000×50%=6000，

故答案为：6000.

【点评】本题考查了条形统计图，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键．条形统计图能清楚地表示出每个项目的数据．

17．如图，航拍无人机从 A 处测得一幢建筑物顶部 B 的仰角为 30°，测得底部 C 的俯角为 60°，此时航拍无人机与该建筑物的水平距离 AD 为 90 米，那么该建筑物的高度 BC 约为 __208__ 米．（精确到 1 米，参考数据：$\sqrt{3}\approx1.73$）



【考点】解直角三角形的应用-仰角俯角问题．

【分析】分别利用锐角三角函数关系得出 BD，DC 的长，进而求出该建筑物的高度．

【解答】解：由题意可得：$\tan30°=\frac{BD}{AD}=\frac{BD}{90}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

解得：$BD=30\sqrt{3}$，

$\tan60°=\frac{DC}{AD}=\frac{DC}{90}=\sqrt{3}$，

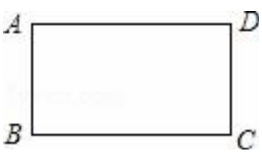
解得：$DC=90\sqrt{3}$，

故该建筑物的高度为：$BC=BD+DC=120\sqrt{3}\approx208$（m），

故答案为：208．

【点评】此题主要考查了解直角三角形的应用，熟练应用锐角三角函数关系是解题关键．

18．如图，矩形 ABCD 中，BC=2，将矩形 ABCD 绕点 D 顺时针旋转 90°，点 A、C 分别落在点 A′、C′处．如果点 A′、C′、B 在同一条直线上，那么 tan∠ABA′的值为 __$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$__．



【考点】旋转的性质；矩形的性质；锐角三角函数的定义．

【分析】设 AB=x，根据平行线的性质列出比例式求出 x 的值，根据正切的定义求出 tan∠BA′C，根据∠ABA′=∠BA′C 解答即可．

【解答】解：设AB=x，则CD=x，A′C=x+2，

∵AD∥BC，

∴$\frac{C'D}{BC}=\frac{A'D}{A'C}$，即$\frac{x}{2}=\frac{2}{x+2}$，

解得，$x_1=\sqrt{5}-1$，$x_2=-\sqrt{5}-1$（舍去），

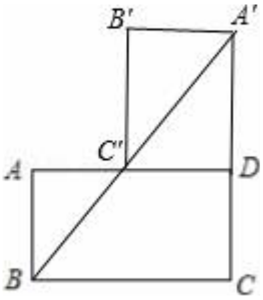
∵AB∥CD，

∴∠ABA′=∠BA′C，

$\tan\angle BA'C=\frac{BC}{A'C}=\frac{2}{\sqrt{5}-1+1}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

∴$\tan\angle ABA'=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

故答案为：$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.



【点评】本题考查的是旋转的性质、矩形的性质以及锐角三角函数的定义，掌握旋转前、后的图形全等以及锐角三角函数的定义是解题的关键.

三、解答题：本大题共7小题，共78分

19．计算：$|\sqrt{3}-1|-4^{\frac{1}{2}}-\sqrt{12}+(\frac{1}{3})^{-2}$.

【考点】实数的运算；负整数指数幂.

【分析】利用绝对值的求法、分数指数幂、负整数指数幂分别化简后再加减即可求解.

【解答】解：原式$=\sqrt{3}-1-2-2\sqrt{3}+9=6-\sqrt{3}$

【点评】本题考查了实数的运算及负整数指数幂的知识，解题的关键是了解相关的运算性质及运算法则，难度不大.

20．解方程：$\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}=1$.

【考点】解分式方程.

【分析】根据解分式方程的步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1进行计算即可．

【解答】解：去分母得，$x+2-4=x^2-4$，

移项、合并同类项得，$x^2-x-2=0$，

解得 $x_1=2$，$x_2=-1$，

经检验 $x=2$ 是增根，舍去；$x=-1$ 是原方程的根，

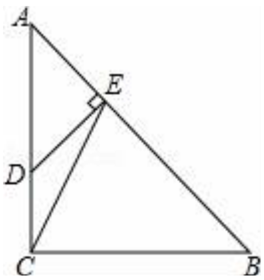
所以原方程的根是 $x=-1$．

【点评】本题考查了解分式方程，熟记解分式方程的步骤：去分母、去括号、移项、合并同类项、系数化为1是解题的关键，注意验根．

21．如图，在Rt△ABC中，∠ACB=90°，AC=BC=3，点D在边AC上，且AD=2CD，DE⊥AB，垂足为点E，联结CE，求：

（1）线段BE的长；

（2）∠ECB的余切值．



【考点】解直角三角形；勾股定理．

【分析】（1）由等腰直角三角形的性质得出∠A=∠B=45°，由勾股定理求出 $AB=3\sqrt{2}$，求出∠ADE=∠A=45°，由三角函数得出 $AE=\sqrt{2}$，即可得出BE的长；

（2）过点E作EH⊥BC，垂足为点H，由三角函数求出EH=BH=BE•cos45°=2，得出CH=1，在Rt△CHE中，由三角函数求出 $\cot\angle ECB=\frac{CH}{EH}=\frac{1}{2}$即可．

【解答】解：（1）∵AD=2CD，AC=3，

∴AD=2，

∵在Rt△ABC中，∠ACB=90°，AC=BC=3，

∴∠A=∠B=45°，$AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$，

∵DE⊥AB，

∴∠AED=90°，∠ADE=∠A=45°，

∴AE=AD•cos45°=2×$\frac{\sqrt{2}}{2}$=$\sqrt{2}$,

∴BE=AB﹣AE=3$\sqrt{2}$﹣$\sqrt{2}$=2$\sqrt{2}$,

即线段BE的长为2$\sqrt{2}$;

（2）过点E作EH⊥BC，垂足为点H，如图所示：

∵在Rt△BEH中，∠EHB=90°，∠B=45°，

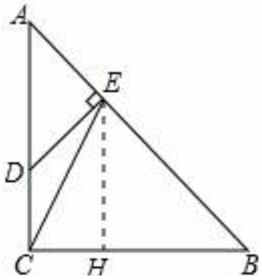
∴EH=BH=BE•cos45°=2$\sqrt{2}$×$\frac{\sqrt{2}}{2}$=2，

∵BC=3，

∴CH=1，

在Rt△CHE中，cot∠ECB=$\frac{CH}{EH}$=$\frac{1}{2}$,

即∠ECB的余切值为$\frac{1}{2}$.

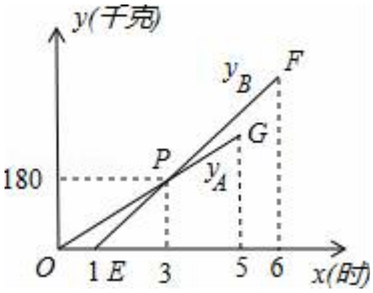


【点评】本题考查了解直角三角形、勾股定理、等腰直角三角形的性质、三角函数；熟练掌握等腰直角三角形的性质，通过作辅助线求出CH是解决问题（2）的关键.

22．某物流公司引进A、B两种机器人用来搬运某种货物，这两种机器人充满电后可以连续搬运5小时，A种机器人于某日0时开始搬运，过了1小时，B种机器人也开始搬运，如图，线段OG表示A种机器人的搬运量y_A（千克）与时间x（时）的函数图象，根据图象提供的信息，解答下列问题：

（1）求y_B关于x的函数解析式；

（2）如果A、B两种机器人连续搬运5个小时，那么B种机器人比A种机器人多搬运了多少千克？



【考点】一次函数的应用．

【分析】（1）设设 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B=kx+b$（$k\neq0$），将点（1，0）、（3，180）代入一次函数函数的解析式得到关于 k，b 的方程组，从而可求得函数的解析式；

（2）设 y_A 关于 x 的解析式为 $y_A=k_1x$．将（3，180）代入可求得 y_A 关于 x 的解析式，然后将 x=6，x=5 代入一次函数和正比例函数的解析式求得 y_A，y_B 的值，最后求得 y_A 与 y_B 的差即可．

【解答】解：（1）设 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B=kx+b$（$k\neq0$）．

将点（1，0）、（3，180）代入得：$\begin{cases}k+b=0\\3k+b=180\end{cases}$，

解得：k=90，b=﹣90．

所以 y_B 关于 x 的函数解析式为 $y_B=90x-90$（$1\leq x\leq6$）．

（2）设 y_A 关于 x 的解析式为 $y_A=k_1x$．

根据题意得：$3k_1=180$．

解得：$k_1=60$．

所以 $y_A=60x$．

当 x=5 时，$y_A=60\times5=300$（千克）；

x=6 时，$y_B=90\times6-90=450$（千克）．

450﹣300=150（千克）．

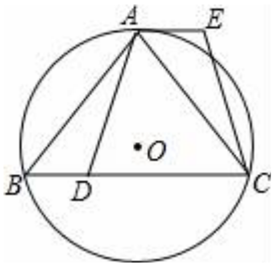
答：若果 A、B 两种机器人各连续搬运 5 小时，B 种机器人比 A 种机器人多搬运了 150 千克．

【点评】本题主要考查的是一次函数的应用，依据待定系数法求得一次函数的解析式是解题的关键．

23．已知：如图，⊙O 是△ABC 的外接圆，$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，点 D 在边 BC 上，AE∥BC，AE=BD．

（1）求证：AD=CE；

（2）如果点 G 在线段 DC 上（不与点 D 重合），且 AG=AD，求证：四边形 AGCE 是平行四边形．



【考点】三角形的外接圆与外心；全等三角形的判定与性质；平行四边形的判定；圆心角、弧、弦的关系．

【分析】（1）根据等弧所对的圆周角相等，得出∠B=∠ACB，再根据全等三角形的判定得△ABD≌△CAE，即可得出AD=CE；

（2）连接AO并延长，交边BC于点H，由等腰三角形的性质和外心的性质得出AH⊥BC，再由垂径定理得BH=CH，得出CG与AE平行且相等．

【解答】证明：（1）在⊙O中，

∵$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，

∴AB=AC，

∴∠B=∠ACB，

∵AE∥BC，

∴∠EAC=∠ACB，

∴∠B=∠EAC，

在△ABD和△CAE中，$\begin{cases}AB=CA\\ \angle B=\angle EAC\\ BD=AE\end{cases}$，

∴△ABD≌△CAE（SAS），

∴AD=CE；

（2）连接AO并延长，交边BC于点H，

∵$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，OA为半径，

∴AH⊥BC，

∴BH=CH，

∵AD=AG，

∴DH=HG，

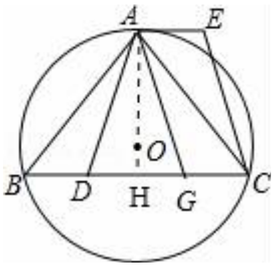
∴BH－DH=CH－GH，即BD=CG，

∵BD=AE，

∴CG=AE，

∵CG∥AE，

∴四边形 AGCE 是平行四边形.



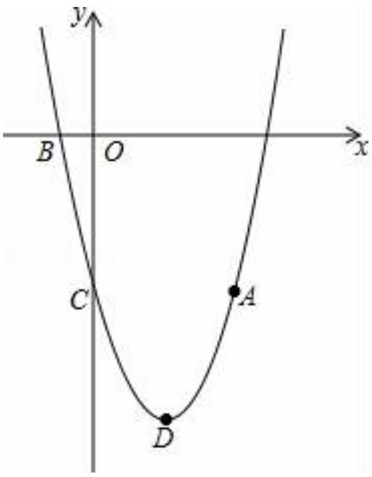
【点评】本题考查了三角形的外接圆与外心以及全等三角形的判定和性质，平行四边形的判定，圆心角、弧、弦之间的关系，把这几个知识点综合运用是解题的关键.

24．如图，抛物线 $y=ax^2+bx-5$（$a\neq0$）经过点 A（4，﹣5），与 x 轴的负半轴交于点 B，与 y 轴交于点 C，且 OC=5OB，抛物线的顶点为点 D.

（1）求这条抛物线的表达式；

（2）联结 AB、BC、CD、DA，求四边形 ABCD 的面积；

（3）如果点 E 在 y 轴的正半轴上，且∠BEO=∠ABC，求点 E 的坐标.



【考点】二次函数综合题.

【分析】（1）先得出 C 点坐标，再由 OC=5BO，得出 B 点坐标，将 A、B 两点坐标代入解析式求出 a，b；

（2）分别算出△ABC 和△ACD 的面积，相加即得四边形 ABCD 的面积；

（3）由∠BEO=∠ABC 可知，tan∠BEO=tan∠ABC，过 C 作 AB 边上的高 CH，利用等面积法求出 CH，从而算出 tan∠ABC，而 BO 是已知的，从而利用 tan∠BEO=tan∠ABC 可求出 EO 长度，也就求出了 E 点坐标．

【解答】解：（1）∵抛物线 $y=ax^2+bx-5$ 与 y 轴交于点 C，

∴C（0，－5），

∴OC=5．

∵OC=5OB，

∴OB=1，

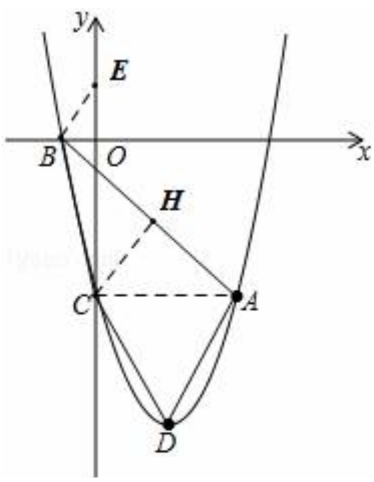
又点 B 在 x 轴的负半轴上，

∴B（－1，0）．

∵抛物线经过点 A（4，－5）和点 B（－1，0），

∴$\begin{cases}16a+4b-5=-5\\a-b-5=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=1\\b=-4\end{cases}$，

∴这条抛物线的表达式为 $y=x^2-4x-5$．



（2）由 $y=x^2-4x-5$，得顶点 D 的坐标为（2，－9）．

连接 AC，

∵点 A 的坐标是（4，－5），点 C 的坐标是（0，－5），

又 $S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times4\times5=10$，$S_{\triangle ACD}=\frac{1}{2}\times4\times4=8$，

∴$S_{四边形ABCD}=S_{\triangle ABC}+S_{\triangle ACD}=18$．

（3）过点 C 作 CH⊥AB，垂足为点 H．

∵$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}\times AB\times CH=10$，$AB=5\sqrt{2}$，

∴$CH=2\sqrt{2}$，

在RT△BCH中，∠BHC=90°，$BC=\sqrt{26}$，$BH=\sqrt{BC^2-CH^2}=3\sqrt{2}$，

∴$\tan\angle CBH=\frac{CH}{BH}=\frac{2}{3}$.

∵在RT△BOE中，∠BOE=90°，$\tan\angle BEO=\frac{BO}{EO}$，

∵∠BEO=∠ABC，

∴$\frac{BO}{EO}=\frac{2}{3}$，得$EO=\frac{3}{2}$，

∴点E的坐标为（0，$\frac{3}{2}$）.

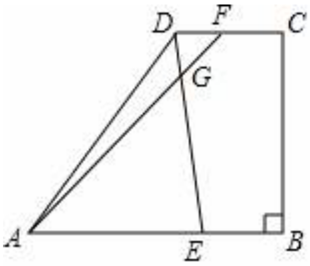
【点评】本题为二次函数综合题，主要考查了待定系数法求二次函数解析式、三角形面积求法、等积变换、勾股定理、正切函数等知识点，难度适中．第（3）问，将角度相等转化为对应的正切函数值相等是解答关键．

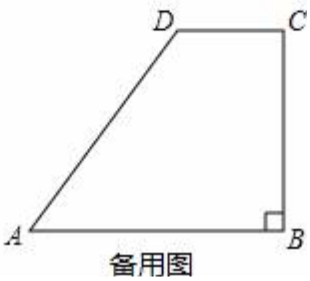
25．如图所示，梯形ABCD中，AB∥DC，∠B=90°，AD=15，AB=16，BC=12，点E是边AB上的动点，点F是射线CD上一点，射线ED和射线AF交于点G，且∠AGE=∠DAB．

（1）求线段CD的长；

（2）如果△AEC是以EG为腰的等腰三角形，求线段AE的长；

（3）如果点F在边CD上（不与点C、D重合），设AE=x，DF=y，求y关于x的函数解析式，并写出x的取值范围．





备用图

【考点】四边形综合题．

【专题】综合题．

【分析】(1)作DH⊥AB于H，如图1，易得四边形BCDH为矩形，则DH=BC=12，CD=BH，再利用勾股定理计算出AH，从而得到BH和CD的长；

（2）分类讨论：当 EA=EG 时，则∠AGE=∠GAE，则判断 G 点与 D 点重合，即 ED=EA，作 EM⊥AD 于 M，如图 1，则 AM=$\frac{1}{2}$AD=$\frac{15}{2}$，通过证明 Rt△AME∽Rt△AHD，利用相似比可计算出此时的 AE 长；当 GA=GE 时，则∠AGE=∠AEG，可证明 AE=AD=15，

（3）作 DH⊥AB 于 H，如图 2，则 AH=9，HE=AE﹣AH=x﹣9，先利用勾股定理表示出 DE=$\sqrt{12^2+(x-9)^2}$，再证明△EAG∽△EDA，则利用相似比可表示出 EG=$\frac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}$，则可表示出 DG，然后证明△DGF∽△EGA，于是利用相似比可表示出 x 和 y 的关系．

【解答】解：（1）作 DH⊥AB 于 H，如图 1，

易得四边形 BCDH 为矩形，

∴DH=BC=12，CD=BH，

在 Rt△ADH 中，AH=$\sqrt{AD^2-DH^2}$=$\sqrt{15^2-12^2}$=9，

∴BH=AB﹣AH=16﹣9=7，

∴CD=7；

（2）当 EA=EG 时，则∠AGE=∠GAE，

∵∠AGE=∠DAB，

∴∠GAE=∠DAB，

∴G 点与 D 点重合，即 ED=EA，

作 EM⊥AD 于 M，如图 1，则 AM=$\frac{1}{2}$AD=$\frac{15}{2}$，

∵∠MAE=∠HAD，

∴Rt△AME∽Rt△AHD，

∴AE：AD=AM：AH，即 AE：15=$\frac{15}{2}$：9，解得 AE=$\frac{25}{2}$；

当 GA=GE 时，则∠AGE=∠AEG，

∵∠AGE=∠DAB，

而∠AGE=∠ADG+∠DAG，∠DAB=∠GAE+∠DAG，

∴∠GAE=∠ADG，

∴∠AEG=∠ADG，

∴AE=AD=15，

综上所述，△AEC是以EG为腰的等腰三角形时，线段AE的长为$\frac{25}{2}$或15；

（3）作DH⊥AB于H，如图2，则AH=9，HE=AE﹣AH=x﹣9，

在Rt△ADE中，DE=$\sqrt{DH^2+HE^2}$=$\sqrt{12^2+(x-9)^2}$，

∵∠AGE=∠DAB，∠AEG=∠DEA，

∴△EAG∽△EDA，

∴EG：AE=AE：ED，即EG：x=x：$\sqrt{12^2+(x-9)^2}$，

∴EG=$\frac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}$，

∴DG=DE﹣EG=$\sqrt{12^2+(x-9)^2}$﹣$\frac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}$，

∵DF∥AE，

∴△DGF∽△EGA，

∴DF：AE=DG：EG，即y：x=（$\sqrt{12^2+(x-9)^2}$﹣$\frac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}$）：$\frac{x^2}{\sqrt{12^2+(x-9)^2}}$，

∴y=$\frac{225-18x}{x}$（9<x<$\frac{25}{2}$）．

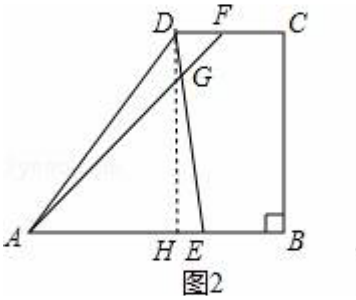


图2

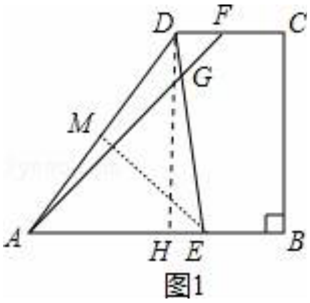


图1

【点评】本题考查了四边形的综合题：熟练掌握梯形的性质等等腰三角形的性质；常把直角梯形化为一个直角三角形和一个矩形解决问题；会利用勾股定理和相似比计算线段的长；会运用分类讨论的思想解决数学问题．

2017年上海中考数学试题

一、选择题（本大题共6小题，每小题4分，共24分）

1．（4分）下列实数中，无理数是（　　）

A．0　B．$\sqrt{2}$　C．－2　D．$\frac{2}{7}$

2．（4分）下列方程中，没有实数根的是（　　）

A．$x^2-2x=0$　B．$x^2-2x-1=0$　C．$x^2-2x+1=0$　D．$x^2-2x+2=0$

3．（4分）如果一次函数y=kx+b（k、b是常数，k≠0）的图象经过第一、二、四象限，那么k、b应满足的条件是（　　）

A．k＞0，且b＞0　B．k＜0，且b＞0　C．k＞0，且b＜0　D．k＜0，且b＜0

4．（4分）数据2、5、6、0、6、1、8的中位数和众数分别是（　　）

A．0和6　B．0和8　C．5和6　D．5和8

5．（4分）下列图形中，既是轴对称又是中心对称图形的是（　　）

A．菱形　B．等边三角形　C．平行四边形　D．等腰梯形

6．（4分）已知平行四边形ABCD，AC、BD是它的两条对角线，那么下列条件中，能判断这个平行四边形为矩形的是（　　）

A．∠BAC=∠DCA　B．∠BAC=∠DAC　C．∠BAC=∠ABD　D．∠BAC=∠ADB

二、填空题（本大题共12小题，每小题4分，共48分）

7．（4分）计算：$2a\bullet a^2$=_______．

8．（4分）不等式组$\begin{cases}2x>6\\x-2>0\end{cases}$的解集是_______．

9．（4分）方程$\sqrt{2x-3}$=1的解是_______．

10．（4分）如果反比例函数$y=\frac{k}{x}$（k是常数，k≠0）的图象经过点（2，3），那么在这个函数图象所在的每个象限内，y的值随x的值增大而_______．（填“增大”或“减小”）

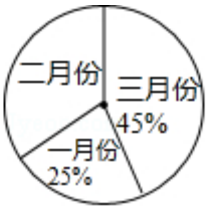
11．（4分）某市前年PM2.5的年均浓度为50微克/立方米，去年比前年下降了10%，如果今年PM2.5的年均浓度比去年也下降10%，那么今年PM2.5的年均浓

度将是_______微克/立方米．

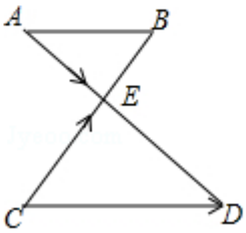
12．（4 分）不透明的布袋里有 2 个黄球、3 个红球、5 个白球，它们除颜色外其它都相同，那么从布袋中任意摸出一球恰好为红球的概率是_______．

13．（4 分）已知一个二次函数的图象开口向上，顶点坐标为（0，﹣1），那么这个二次函数的解析式可以是_______．（只需写一个）

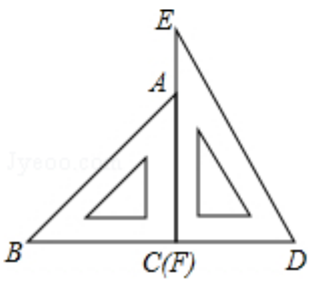
14．（4 分）某企业今年第一季度各月份产值占这个季度总产值的百分比如图所示，又知二月份产值是 72 万元，那么该企业第一季度月产值的平均数是万元．



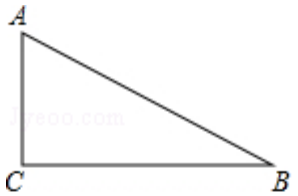
15．（4 分）如图，已知 AB∥CD，CD=2AB，AD、BC 相交于点 E，设$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{b}$，那么向量$\overrightarrow{CD}$用向量$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$表示为_______．



16．（4 分）一副三角尺按如图的位置摆放（顶点 C 与 F 重合，边 CA 与边 FE 叠合，顶点 B、C、D 在一条直线上）．将三角尺 DEF 绕着点 F 按顺时针方向旋转 n°后（0＜n＜180），如果 EF∥AB，那么 n 的值是_______．



17．（4 分）如图，已知 Rt△ABC，∠C=90°，AC=3，BC=4．分别以点 A、B 为圆心画圆．如果点 C 在⊙A 内，点 B 在⊙A 外，且⊙B 与⊙A 内切，那么⊙B 的半径长 r 的取值范围是_______．



18．（4 分）我们规定：一个正 n 边形（n 为整数，n≥4）的最短对角线与最长对角线长度的比值叫做这个正 n 边形的“特征值”，记为 λ_n，那么 λ_6=________．

三、解答题（本大题共 7 小题，共 78 分）

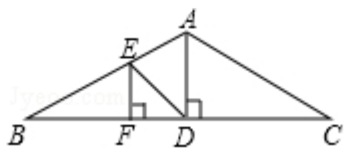
19．（10 分）计算：$\sqrt{18}$+（$\sqrt{2}$－1）^{2}－9 $^{\frac{1}{2}}$+（$\frac{1}{2}$）$^{-1}$．

20．（10 分）解方程：$\frac{3}{x^2-3x}$－$\frac{1}{x-3}$=1．

21．（10 分）如图，一座钢结构桥梁的框架是△ABC，水平横梁 BC 长 18 米，中柱 AD 高 6 米，其中 D 是 BC 的中点，且 AD⊥BC．

（1）求 sinB 的值；

（2）现需要加装支架 DE、EF，其中点 E 在 AB 上，BE=2AE，且 EF⊥BC，垂足为点 F，求支架 DE 的长．



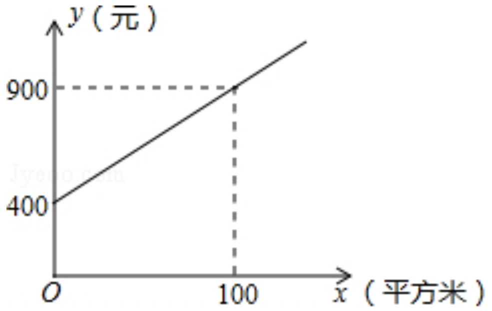
22．（10 分）甲、乙两家绿化养护公司各自推出了校园绿化养护服务的收费方案．

甲公司方案：每月的养护费用 y（元）与绿化面积 x（平方米）是一次函数关系，如图所示．

乙公司方案：绿化面积不超过 1000 平方米时，每月收取费用 5500 元；绿化面积超过 1000 平方米时，每月在收取 5500 元的基础上，超过部分每平方米收取 4 元．

（1）求如图所示的 y 与 x 的函数解析式：（不要求写出定义域）；

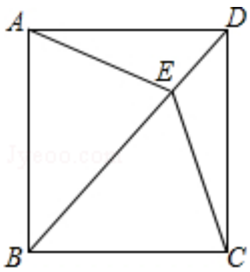
（2）如果某学校目前的绿化面积是 1200 平方米，试通过计算说明：选择哪家公司的服务，每月的绿化养护费用较少．



23．（12 分）已知：如图，四边形 ABCD 中，AD∥BC，AD=CD，E 是对角线 BD 上一点，且 EA=EC．

（1）求证：四边形 ABCD 是菱形；

（2）如果 BE=BC，且∠CBE：∠BCE=2：3，求证：四边形 ABCD 是正方形．

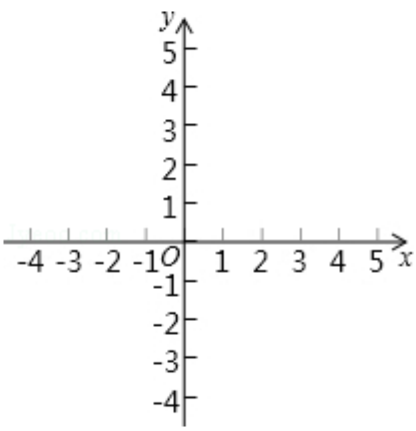


24．（12 分）已知在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过点 A（2，2），对称轴是直线 x=1，顶点为 B．

（1）求这条抛物线的表达式和点 B 的坐标；

（2）点 M 在对称轴上，且位于顶点上方，设它的纵坐标为 m，联结 AM，用含 m 的代数式表示∠AMB 的余切值；

（3）将该抛物线向上或向下平移，使得新抛物线的顶点 C 在 x 轴上．原抛物线上一点 P 平移后的对应点为点 Q，如果 OP=OQ，求点 Q 的坐标．

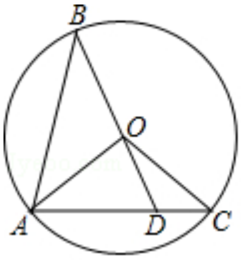


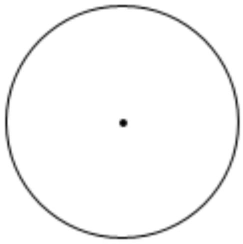
25．（14 分）如图，已知⊙O 的半径长为 1，AB、AC 是⊙O 的两条弦，且 AB=AC，BO 的延长线交 AC 于点 D，联结 OA、OC．

（1）求证：△OAD∽△ABD；

（2）当△OCD是直角三角形时，求B、C两点的距离；

（3）记△AOB、△AOD、△COD 的面积分别为S_1、S_2、S_3，如果S_2是S_1和S_3的比例中项，求OD的长．





备用图

2017年上海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共6小题，每小题4分，共24分）

1．（4分）（2017•上海）下列实数中，无理数是（　　）

A．0　B．$\sqrt{2}$　C．－2 D．$\frac{2}{7}$

【考点】26：无理数．

【分析】根据无理数、有理数的定义即可判定选择项．

【解答】解：0，－2，$\frac{2}{7}$是有理数，

$\sqrt{2}$数无理数，

故选：B．

【点评】此题主要考查了无理数的定义，注意带根号的要开不尽方才是无理数，无限不循环小数为无理数．如π，$\sqrt{6}$，0.8080080008…（每两个8之间依次多1个0）等形式．

2．（4分）（2017•上海）下列方程中，没有实数根的是（　　）

A．$x^2-2x=0$　B．$x^2-2x-1=0$ C．$x^2-2x+1=0$　D．$x^2-2x+2=0$

【考点】AA：根的判别式．

【专题】11 ：计算题．

【分析】分别计算各方程的判别式的值，然后根据判别式的意义判定方程根的情况即可．

【解答】解：A、△=（－2）^{2}－4×1×0=4＞0，方程有两个不相等的实数根，所以A选项错误；

B、△=（－2）^{2}－4×1×（－1）=8＞0，方程有两个不相等的实数根，所以B选项错误；

C、△=（－2）^{2}－4×1×1=0，方程有两个相等的实数根，所以C选项错误；

D、△=（－2）^{2}－4×1×2=－4＜0，方程没有实数根，所以D选项正确．

故选D．

【点评】本题考查了根的判别式：一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根与$\triangle=b^2-4ac$ 有如下关系：当$\triangle>0$ 时，方程有两个不相等的实数根；当$\triangle=0$ 时，方程有两个相等的实数根；当$\triangle<0$ 时，方程无实数根．

3．（4 分）（2017•上海）如果一次函数 $y=kx+b$（k、b 是常数，$k\neq0$）的图象经过第一、二、四象限，那么 k、b 应满足的条件是（　　）

A．$k>0$，且 $b>0$　B．$k<0$，且 $b>0$　C．$k>0$，且 $b<0$　D．$k<0$，且 $b<0$

【考点】F7：一次函数图象与系数的关系．

【分析】根据一次函数的性质得出即可．

【解答】解：∵一次函数 $y=kx+b$（k、b 是常数，$k\neq0$）的图象经过第一、二、四象限，

∴$k<0$，$b>0$，

故选 B．

【点评】本题考查了一次函数的性质和图象，能熟记一次函数的性质是解此题的关键．

4．（4 分）（2017•上海）数据 2、5、6、0、6、1、8 的中位数和众数分别是（　　）

A．0 和 6　B．0 和 8　C．5 和 6　D．5 和 8

【考点】W5：众数；W4：中位数．

【分析】将题目中的数据按照从小到大排列，从而可以得到这组数据的众数和中位数，本题得以解决．

【解答】解：将 2、5、6、0、6、1、8 按照从小到大排列是：

0，1，2，5，6，6，8，

位于中间位置的数为 5，

故中位数为 5，

数据 6 出现了 2 次，最多，

故这组数据的众数是 6，中位数是 5，

故选 C．

【点评】本题考查众数和中位数，解题的关键是明确众数和中位数的定义，会找

一组数据的众数和中位数．

5．（4 分）（2017•上海）下列图形中，既是轴对称又是中心对称图形的是（　　）

A．菱形　　B．等边三角形 C．平行四边形 D．等腰梯形

【考点】R5：中心对称图形；P3：轴对称图形．

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形对各选项分析判断即可得解．

【解答】解：A、菱形既是轴对称又是中心对称图形，故本选项正确；

B、等边三角形是轴对称，不是中心对称图形，故本选项错误；

C、平行四边形不是轴对称，是中心对称图形，故本选项错误；

D、等腰梯形是轴对称，不是中心对称图形，故本选项错误．

故选 A．

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合，中心对称图形是要寻找对称中心，旋转 180 度后两部分重合．

6．（4 分）（2017•上海）已知平行四边形 ABCD，AC、BD 是它的两条对角线，那么下列条件中，能判断这个平行四边形为矩形的是（　　）

A．∠BAC=∠DCA　B．∠BAC=∠DAC　C．∠BAC=∠ABD　D．∠BAC=∠ADB

【考点】LC：矩形的判定；L5：平行四边形的性质．

【分析】由矩形和菱形的判定方法即可得出答案．

【解答】解：A、∠BAC=∠DCA，不能判断四边形 ABCD 是矩形；

B、∠BAC=∠DAC，能判定四边形 ABCD 是菱形；不能判断四边形 ABCD 是矩形；

C、∠BAC=∠ABD，能得出对角线相等，能判断四边形 ABCD 是矩形；

D、∠BAC=∠ADB，不能判断四边形 ABCD 是矩形；

故选：C．

【点评】本题考查了矩形的判定、平行四边形的性质、菱形的判定；熟练掌握矩形的判定是解决问题的关键．

二、填空题（本大题共 12 小题，每小题 4 分，共 48 分）

7．（4 分）（2017•上海）计算：$2a\bullet a^2=$___$2a^3$___．

【考点】49：单项式乘单项式．

【分析】根据单项式与单项式相乘，把他们的系数分别相乘，相同字母的幂分别相加，其余字母连同他的指数不变，作为积的因式，计算即可．

【解答】解：$2a\bullet a^2=2\times 1a\bullet a^2=2a^3$．

故答案为：$2a^3$．

【点评】本题考查了单项式与单项式相乘，熟练掌握运算法则是解题的关键．

8．（4 分）（2017•上海）不等式组$\begin{cases}2x>6\\x-2>0\end{cases}$的解集是___x＞3___．

【考点】CB：解一元一次不等式组．

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据口诀：同大取大、同小取小、大小小大中间找、大大小小无解了确定不等式组的解集．

【解答】解：解不等式 2x＞6，得：x＞3，

解不等式 x﹣2＞0，得：x＞2，

则不等式组的解集为 x＞3，

故答案为：x＞3．

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知"同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到"的原则是解答此题的关键．

9．（4 分）（2017•上海）方程$\sqrt{2x-3}$=1 的解是___x=2___．

【考点】AG：无理方程．

【专题】11 ：计算题．

【分析】根据无理方程的解法，首先，两边平方，解出 x 的值，然后，验根解答出即可．

【解答】解：$\sqrt{2x-3}=1$，

两边平方得，2x﹣3=1，

解得，x=2；

经检验，x=2 是方程的根；

故答案为 x=2．

【点评】本题考查了无理方程的解法，解无理方程的基本思想是把无理方程转化为有理方程来解，在变形时要注意根据方程的结构特征选择解题方法，解无理方程，往往会产生增根，应注意验根．

10．（4 分）（2017•上海）如果反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 是常数，k≠0）的图象经过点（2，3），那么在这个函数图象所在的每个象限内，y 的值随 x 的值增大而__减小__．（填“增大”或“减小”）

【考点】G4：反比例函数的性质．

【分析】先根据题意得出 k 的值，再由反比例函数的性质即可得出结论．

【解答】解：∵反比例函数 $y=\frac{k}{x}$（k 是常数，k≠0）的图象经过点（2，3），

∴k=2×3=6＞0，

∴这个函数图象所在的每个象限内，y 的值随 x 的值增大而减小．

故答案为：减小．

【点评】本题考查的是反比例函数的性质，熟知反比例函数的增减性是解答此题的关键．

11．（4 分）（2017•上海）某市前年 PM2.5 的年均浓度为 50 微克/立方米，去年比前年下降了 10%，如果今年 PM2.5 的年均浓度比去年也下降 10%，那么今年 PM2.5 的年均浓度将是__40.5__微克/立方米．

【考点】1G：有理数的混合运算．

【分析】根据增长率问题的关系式得到算式 $50\times(1-10\%)^2$，再根据有理数的混合运算的顺序和计算法则计算即可求解．

【解答】解：依题意有

$50\times(1-10\%)^2$

$=50\times0.9^2$

$=50\times0.81$

$=40.5$（微克/立方米）．

答：今年 PM2.5 的年均浓度将是 40.5 微克/立方米．

故答案为：40.5．

【点评】考查了有理数的混合运算，关键是熟练掌握增长率问题的关系式．

12．（4 分）（2017•上海）不透明的布袋里有 2 个黄球、3 个红球、5 个白球，它们除颜色外其它都相同，那么从布袋中任意摸出一球恰好为红球的概率是 $\underline{\frac{3}{10}}$．

【考点】X6：列表法与树状图法．

【分析】由在不透明的袋中装有 2 个黄球、3 个红球、5 个白球，它们除颜色外其它都相同，直接利用概率公式求解，即可得到任意摸出一球恰好为红球的概率．

【解答】解：∵在不透明的袋中装有 2 个黄球、3 个红球、5 个白球，它们除颜色外其它都相同，

∴从这不透明的袋里随机摸出一个球，所摸到的球恰好为红球的概率是：$\frac{3}{2+3+5}=\frac{3}{10}$．

故答案为：$\frac{3}{10}$．

【点评】此题考查了概率公式的应用．解题时注意：概率=所求情况数与总情况数之比．

13．（4 分）（2017•上海）已知一个二次函数的图象开口向上，顶点坐标为（0，﹣1），那么这个二次函数的解析式可以是 $\underline{\ y=2x^2-1\ }$．（只需写一个）

【考点】H8：待定系数法求二次函数解析式．

【分析】根据顶点坐标知其解析式满足 $y=ax^2-1$，由开口向上知 $a>0$，据此写出一个即可．

【解答】解：∵抛物线的顶点坐标为（0，﹣1），

∴该抛武线的解析式为 $y=ax^2-1$，

又∵二次函数的图象开口向上，

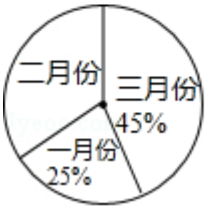
∴$a>0$，

∴这个二次函数的解析式可以是 $y=2x^2-1$，

故答案为：$y=2x^2-1$．

【点评】本题主要考查待定系数法求函数解析式，熟练掌握抛物线的顶点式是解题的关键．

14．（4 分）（2017•上海）某企业今年第一季度各月份产值占这个季度总产值的百分比如图所示，又知二月份产值是 72 万元，那么该企业第一季度月产值的平均数是__120__万元．



【考点】VB：扇形统计图．

【分析】利用一月份的产值除以对应的百分比求得第一季度的总产值，然后求得平均数．

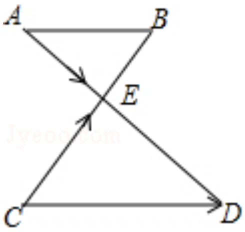
【解答】解：第一季度的总产值是 72÷（1﹣45%﹣25%）=360（万元），

则该企业第一季度月产值的平均值是$\frac{1}{3}\times 360=120$（万元）．

故答案是：120．

【点评】本题考查了扇形统计图，扇形统计图是用整个圆表示总数用圆内各个扇形的大小表示各部分数量占总数的百分数．通过扇形统计图可以很清楚地表示出各部分数量同总数之间的关系．用整个圆的面积表示总数（单位 1），用圆的扇形面积表示各部分占总数的百分数．

15．（4 分）（2017•上海）如图，已知 AB∥CD，CD=2AB，AD、BC 相交于点 E，设$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{b}$，那么向量$\overrightarrow{CD}$用向量$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$表示为__$\overrightarrow{b}+2\overrightarrow{a}$__．



【考点】LM：*平面向量；JA：平行线的性质．

【分析】根据$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{ED}$，只要求出$\overrightarrow{ED}$即可解决问题．

【解答】解：∵AB∥CD，

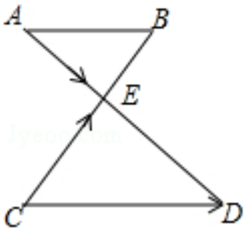
∴$\frac{AB}{CD}=\frac{AE}{ED}=\frac{1}{2}$，

∴ED=2AE，

∵$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{a}$，

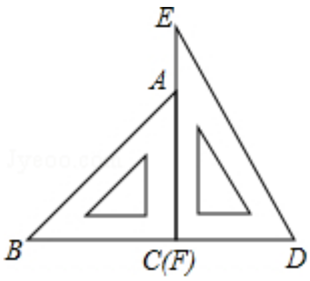
∴$\overrightarrow{ED}=2\overrightarrow{a}$，

∴$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{ED}=\overrightarrow{b}+2\overrightarrow{a}$．



【点评】本题考查平面向量、平行线的性质等知识，解题的关键是熟练掌握三角形法则求向量，属于基础题．

16．（4 分）（2017•上海）一副三角尺按如图的位置摆放（顶点 C 与 F 重合，边 CA 与边 FE 叠合，顶点 B、C、D 在一条直线上）．将三角尺 DEF 绕着点 F 按顺时针方向旋转 n°后（0＜n＜180 ），如果 EF∥AB，那么 n 的值是__45__．



【考点】R2：旋转的性质；JA：平行线的性质．

【分析】分两种情形讨论，分别画出图形求解即可．

【解答】解：①如图 1 中，EF∥AB 时，∠ACE=∠A=45°，

∴旋转角 n=45 时，EF∥AB．

②如图 2 中，EF∥AB 时，∠ACE+∠A=180°，

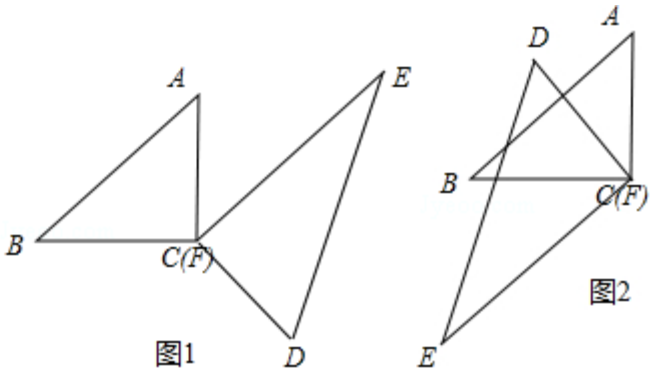
∴∠ACE=135°

∴旋转角 n=360°﹣135°=225°，

∵0＜n°＜180，

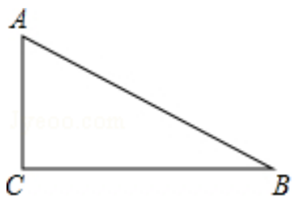
∴此种情形不合题意，

故答案为 45



【点评】本题考查旋转变换、平行线的性质等知识，解题的关键是学会用分类讨论的思想思考问题，属于中考常考题型．

17．（4 分）（2017•上海）如图，已知 Rt△ABC，∠C=90°，AC=3，BC=4．分别以点 A、B 为圆心画圆．如果点 C 在⊙A 内，点 B 在⊙A 外，且⊙B 与⊙A 内切，那么⊙B 的半径长 r 的取值范围是__8＜r＜10__．



【考点】MJ：圆与圆的位置关系；M8：点与圆的位置关系．

【分析】先计算两个分界处 r 的值：即当 C 在⊙A 上和当 B 在⊙A 上，再根据图形确定 r 的取值．

【解答】解：如图 1，当 C 在⊙A 上，⊙B 与⊙A 内切时，

⊙A 的半径为：AC=AD=4，

⊙B 的半径为：r=AB+AD=5+3=8；

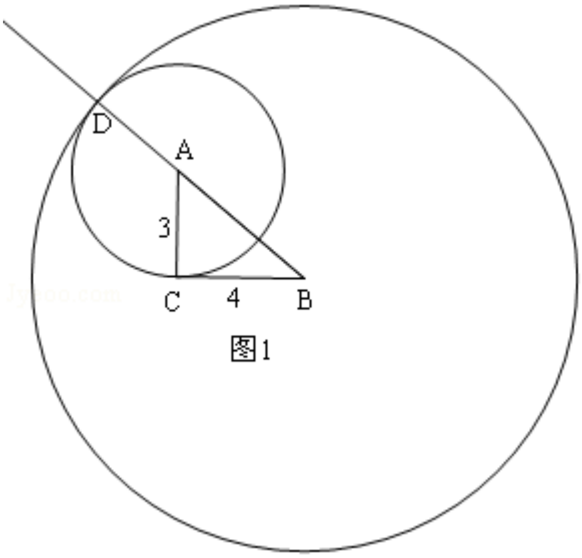


图1

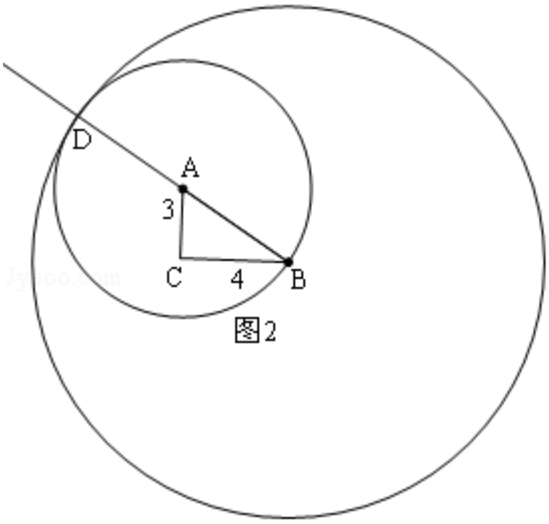


图2

如图2，当B在⊙A上，⊙B与⊙A内切时，

⊙A的半径为：AB=AD=5，

⊙B的半径为：r=2AB=10；

∴⊙B的半径长r的取值范围是：8＜r＜10.

故答案为：8＜r＜10.

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系和点与圆的位置关系和勾股定理，明确两圆内切时，两圆的圆心连线过切点，注意当C在⊙A上时，半径为3，所以当⊙A半径大于3时，C在⊙A内；当B在⊙A上时，半径为5，所以当⊙A半径小于5时，B在⊙A外.

18.（4分）（2017•上海）我们规定：一个正n边形（n为整数，n≥4）的最短

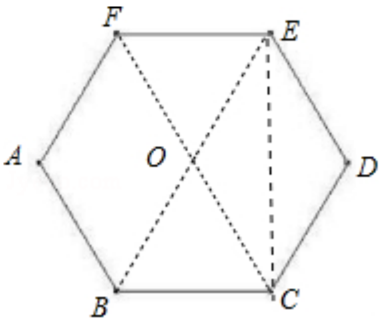
对角线与最长对角线长度的比值叫做这个正 n 边形的"特征值"，记为 λ_n，那么 λ_6= $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【考点】MM：正多边形和圆.

【专题】23 ：新定义.

【分析】如图，正六边形 ABCDEF 中，对角线 BE、CF 交于点 O，连接 EC．易知 BE 是正六边形最长的对角线，EC 的正六边形的最短的对角线，只要证明△BEC 是直角三角形即可解决问题.

【解答】解：如图，正六边形 ABCDEF 中，对角线 BE、CF 交于点 O，连接 EC.



易知 BE 是正六边形最长的对角线，EC 的正六边形的最短的对角线，

∵△OBC 是等边三角形，

∴∠OBC=∠OCB=∠BOC=60°，

∵OE=OC，

∴∠OEC=∠OCE，

∵∠BOC=∠OEC+∠OCE，

∴∠OEC=∠OCE=30°，

∴∠BCE=90°，

∴△BEC 是直角三角形，

∴$\frac{EC}{BE}$=cos30°=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴λ_6=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

故答案为$\frac{\sqrt{3}}{2}$.

【点评】本题考查正多边形与圆、等边三角形的性质、锐角三角函数等知识，解题的关键是理解题意，学会添加常用辅助线，构造特殊三角形解决问题.

三、解答题（本大题共 7 小题，共 78 分）

19．（10 分）（2017•上海）计算：$\sqrt{18}$+（$\sqrt{2}$﹣1）^{2}﹣$9^{\frac{1}{2}}$+（$\frac{1}{2}$）$^{-1}$．

【考点】79：二次根式的混合运算；2F：分数指数幂；6F：负整数指数幂．

【专题】11 ：计算题．

【分析】根据负整数指数幂和分数指数幂的意义计算．

【解答】解：原式=3$\sqrt{2}$+2﹣2$\sqrt{2}$+1﹣3+2

=$\sqrt{2}$+2．

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可．在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍．

20．（10 分）（2017•上海）解方程：$\frac{3}{x^2-3x}$﹣$\frac{1}{x-3}$=1．

【考点】B3：解分式方程．

【分析】两边乘 x（x﹣3）把分式方程转化为整式方程即可解决问题．

【解答】解：两边乘 x（x﹣3）得到 3﹣x=x^2﹣3x，

∴x^2﹣2x﹣3=0，

∴（x﹣3）（x+1）=0，

∴x=3 或﹣1，

经检验 x=3 是原方程的增根，

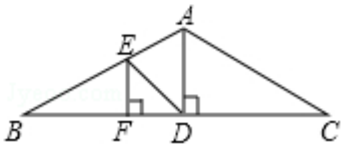
∴原方程的解为 x=﹣1．

【点评】本题考查解分式方程，解题的关键是熟练掌握解分式方程的步骤，注意解分式方程必须检验．

21．（10 分）（2017•上海）如图，一座钢结构桥梁的框架是△ABC，水平横梁 BC 长 18 米，中柱 AD 高 6 米，其中 D 是 BC 的中点，且 AD⊥BC．

（1）求 sinB 的值；

（2）现需要加装支架 DE、EF，其中点 E 在 AB 上，BE=2AE，且 EF⊥BC，垂足为点 F，求支架 DE 的长．



【考点】T8：解直角三角形的应用．

【分析】（1）在Rt△ABD中，利用勾股定理求出AB，再根据sinB=$\frac{AD}{AB}$计算即可；

（2）由EF∥AD，BE=2AE，可得$\frac{EF}{AD}$=$\frac{BF}{BD}$=$\frac{BE}{BA}$=$\frac{2}{3}$，求出EF、DF即可利用勾股定理解决问题；

【解答】解：（1）在Rt△ABD中，∵BD=DC=9，AD=6，

∴AB=$\sqrt{BD^2+AD^2}$=$\sqrt{9^2+6^2}$=$3\sqrt{13}$，

∴sinB=$\frac{AD}{AB}$=$\frac{6}{3\sqrt{13}}$=$\frac{2\sqrt{13}}{13}$．

（2）∵EF∥AD，BE=2AE，

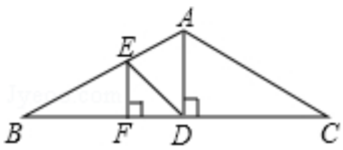
∴$\frac{EF}{AD}$=$\frac{BF}{BD}$=$\frac{BE}{BA}$=$\frac{2}{3}$，

∴$\frac{EF}{6}$=$\frac{BF}{9}$=$\frac{2}{3}$，

∴EF=4，BF=6，

∴DF=3，

在Rt△DEF中，DE=$\sqrt{EF^2+DF^2}$=$\sqrt{4^2+3^2}$=5．



【点评】本题考查解直角三角形的应用，平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型．

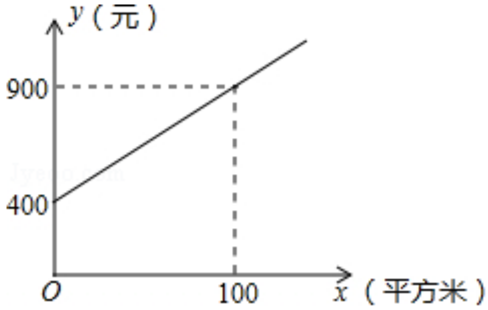
22．（10分）（2017•上海）甲、乙两家绿化养护公司各自推出了校园绿化养护服务的收费方案．

甲公司方案：每月的养护费用y（元）与绿化面积x（平方米）是一次函数关系，如图所示．

乙公司方案：绿化面积不超过 1000 平方米时，每月收取费用 5500 元；绿化面积超过 1000 平方米时，每月在收取 5500 元的基础上，超过部分每平方米收取 4 元.

（1）求如图所示的 y 与 x 的函数解析式：（不要求写出定义域）；

（2）如果某学校目前的绿化面积是 1200 平方米，试通过计算说明：选择哪家公司的服务，每月的绿化养护费用较少.



【考点】FH：一次函数的应用.

【分析】（1）利用待定系数法即可解决问题；

（2）绿化面积是 1200 平方米时，求出两家的费用即可判断；

【解答】解：（1）设 y=kx+b，则有$\begin{cases}b=400\\100k+b=900\end{cases}$，

解得$\begin{cases}k=5\\b=400\end{cases}$，

∴y=5x+400.

（2）绿化面积是 1200 平方米时，甲公司的费用为 6400 元，乙公司的费用为 5500+4×200=6300 元，

∵6300＜6400

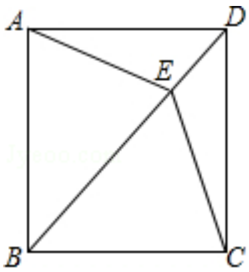
∴选择乙公司的服务，每月的绿化养护费用较少.

【点评】本题主要考查一次函数的应用．此题属于图象信息识别和方案选择问题．正确识图是解好题目的关键.

23.（12 分）（2017•上海）已知：如图，四边形 ABCD 中，AD∥BC，AD=CD，E 是对角线 BD 上一点，且 EA=EC.

（1）求证：四边形 ABCD 是菱形；

（2）如果 BE=BC，且∠CBE：∠BCE=2：3，求证：四边形 ABCD 是正方形．



【考点】LF：正方形的判定；LA：菱形的判定与性质．

【分析】（1）首先证得△ADE≌△CDE，由全等三角形的性质可得∠ADE=∠CDE，由 AD∥BC 可得∠ADE=∠CBD，易得∠CDB=∠CBD，可得 BC=CD，易得 AD=BC，利用平行线的判定定理可得四边形 ABCD 为平行四边形，由 AD=CD 可得四边形 ABCD 是菱形；

（2）由 BE=BC 可得△BEC 为等腰三角形，可得∠BCE=∠BEC，利用三角形的内角和定理可得∠CBE=180×$\frac{1}{4}$=45°，易得∠ABE=45°，可得∠ABC=90°，由正方形的判定定理可得四边形 ABCD 是正方形．

【解答】证明：（1）在△ADE 与△CDE 中，

$\begin{cases} AD = CD \\ DE = DE, \\ EA = EC \end{cases}$

∴△ADE≌△CDE，

∴∠ADE=∠CDE，

∵AD∥BC，

∴∠ADE=∠CBD，

∴∠CDE=∠CBD，

∴BC=CD，

∵AD=CD，

∴BC=AD，

∴四边形 ABCD 为平行四边形，

∵AD=CD，

∴四边形 ABCD 是菱形；

（2）∵BE=BC

∴∠BCE=∠BEC，

∵∠CBE：∠BCE=2：3，

∴$\angle CBE=180\times\frac{2}{2+3+3}=45°$，

∵四边形 ABCD 是菱形，

∴∠ABE=45°，

∴∠ABC=90°，

∴四边形 ABCD 是正方形.

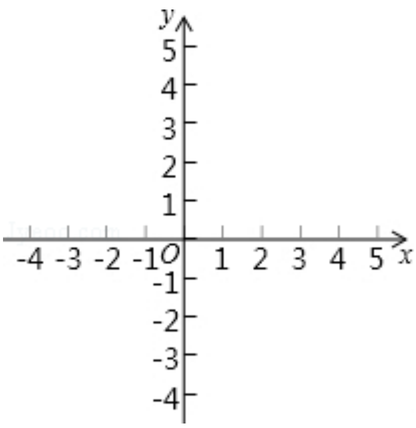
【点评】本题主要考查了正方形与菱形的判定及性质定理，熟练掌握定理是解答此题的关键.

24.（12 分）（2017•上海）已知在平面直角坐标系 xOy 中（如图），已知抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 经过点 A（2，2），对称轴是直线 x=1，顶点为 B.

（1）求这条抛物线的表达式和点 B 的坐标；

（2）点 M 在对称轴上，且位于顶点上方，设它的纵坐标为 m，联结 AM，用含 m 的代数式表示∠AMB 的余切值；

（3）将该抛物线向上或向下平移，使得新抛物线的顶点 C 在 x 轴上．原抛物线上一点 P 平移后的对应点为点 Q，如果 OP=OQ，求点 Q 的坐标.



【考点】HF：二次函数综合题.

【分析】（1）依据抛物线的对称轴方程可求得 b 的值，然后将点 A 的坐标代入 $y=-x^2+2x+c$ 可求得 c 的值；

（2）过点 A 作 AC⊥BM，垂足为 C，从而可得到 AC=1，MC=m﹣2，最后利用锐

角三角函数的定义求解即可；

（3）由平移后抛物线的顶点在 x 轴上可求得平移的方向和距离，故此 QP=3，然后由点 QO=PO，QP∥y 轴可得到点 Q 和 P 关于 x 对称，可求得点 Q 的纵坐标，将点 Q 的纵坐标代入平移后的解析式可求得对应的 x 的值，则可得到点 Q 的坐标．

【解答】解：（1）∵抛物线的对称轴为 x=1，

∴$x=-\frac{b}{2a}=1$，即$\frac{-b}{2\times(-1)}=1$，解得 b=2．

∴$y=-x^2+2x+c$．

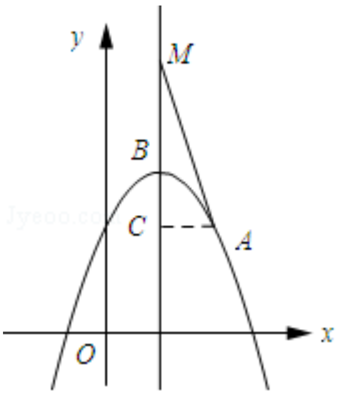
将 A（2，2）代入得：﹣4+4+c=2，解得：c=2．

∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+2$．

配方得：$y=-(x-1)^2+3$．

∴抛物线的顶点坐标为（1，3）．

（2）如图所示：过点 A 作 AC⊥BM，垂足为 C，则 AC=1，C（1，2）．



∵M（1，m），C（1，2），

∴MC=m﹣2．

∴$\cot\angle AMB=\frac{CM}{AC}=m-2$．

（3）∵抛物线的顶点坐标为（1，3），平移后抛物线的顶点坐标在 x 轴上，

∴抛物线向下平移了 3 个单位．

∴平移后抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x-1$，PQ=3．

∵OP=OQ，

∴点 O 在 PQ 的垂直平分线上．

又∵QP∥y 轴，

∴点 Q 与点 P 关于 x 轴对称．

∴点 Q 的纵坐标为 $-\frac{3}{2}$．

将 $y=-\frac{3}{2}$代入 $y=-x^2+2x-1$ 得：$-x^2+2x-1=-\frac{3}{2}$，解得：$x=\frac{2+\sqrt{6}}{2}$或 $x=\frac{2-\sqrt{6}}{2}$．

∴点 Q 的坐标为（$\frac{2+\sqrt{6}}{2}$，$-\frac{3}{2}$）或（$\frac{2-\sqrt{6}}{2}$，$-\frac{3}{2}$）．

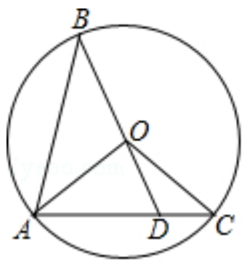
【点评】本题主要考查的是二次函数的综合应用，解答本题主要应用了待定系数法求二次函数的解析式、锐角三角函数的定义、二次函数的平移规律、线段垂直平分线的性质，发现点 Q 与点 P 关于 x 轴对称，从而得到点 Q 的纵坐标是解题的关键．

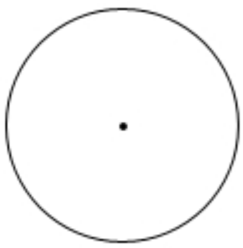
25．（14 分）（2017•上海）如图，已知⊙O 的半径长为 1，AB、AC 是⊙O 的两条弦，且 AB=AC，BO 的延长线交 AC 于点 D，联结 OA、OC．

（1）求证：△OAD∽△ABD；

（2）当△OCD 是直角三角形时，求 B、C 两点的距离；

（3）记△AOB、△AOD、△COD 的面积分别为 S_1、S_2、S_3，如果 S_2 是 S_1 和 S_3 的比例中项，求 OD 的长．





备用图

【考点】MR：圆的综合题．

【分析】（1）由△AOB≌△AOC，推出∠C=∠B，由 OA=OC，推出∠OAC=∠C=∠B，由∠ADO=∠ADB，即可证明△OAD∽△ABD；

（2）如图 2 中，当△OCD 是直角三角形时，可以证明△ABC 是等边三角形即可解决问题；

（3）如图 3 中，作 OH⊥AC 于 H，设 OD=x．想办法用 x 表示 AD、AB、CD，再证明 $AD^2=AC•CD$，列出方程即可解决问题；

【解答】（1）证明：如图 1 中，

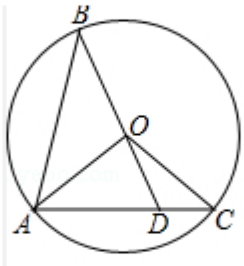


图1

在△AOB 和△AOC 中，

$\begin{cases} OA = OA \\ AB = AC \\ OB = OC \end{cases}$，

∴△AOB≌△AOC，

∴∠C=∠B，

∵OA=OC，

∴∠OAC=∠C=∠B，∵∠ADO=∠ADB，

∴△OAD∽△ABD.

（2）如图 2 中，

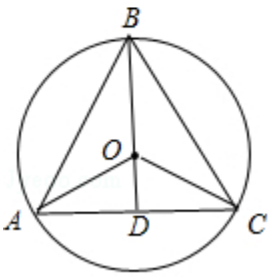


图2

∵BD⊥AC，OA=OC，

∴AD=DC，

∴BA=BC=AC，

∴△ABC 是等边三角形，

在 Rt△OAD 中，∵OA=1，∠OAD=30°，

∴OD=$\frac{1}{2}$OA=$\frac{1}{2}$，

∴AD=$\sqrt{OA^2-OD^2}$=$\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴BC=AC=2AD=$\sqrt{3}$.

（3）如图 3 中，作 OH⊥AC 于 H，设 OD=x．

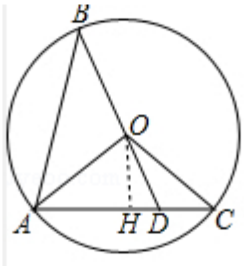


图1

∵△DAO∽△DBA，

∴$\frac{AD}{DB}=\frac{OD}{AD}=\frac{OA}{AB}$，

∴$\frac{AD}{x+1}=\frac{x}{AD}=\frac{1}{AB}$，

∴AD=$\sqrt{x(x+1)}$，AB=$\frac{\sqrt{x(x+1)}}{x}$，

∵S_2是S_1和S_3的比例中项，

∴$S_2^2=S_1\bullet S_3$，

∵$S_2=\frac{1}{2}AD\bullet OH$，$S_1=S_{\triangle OAC}=\frac{1}{2}\bullet AC\bullet OH$，$S_3=\frac{1}{2}\bullet CD\bullet OH$，

∴（$\frac{1}{2}AD\bullet OH$）$^2=\frac{1}{2}\bullet AC\bullet OH\bullet\frac{1}{2}\bullet CD\bullet OH$，

∴$AD^2=AC\bullet CD$，

∵AC=AB．CD=AC﹣AD=$\frac{\sqrt{x(x+1)}}{x}-\sqrt{x(x+1)}$，

∴（$\sqrt{x(x+1)}$）$^2=\frac{\sqrt{x(x+1)}}{x}\bullet$（$\frac{\sqrt{x(x+1)}}{x}-\sqrt{x(x+1)}$），

整理得 $x^2+x-1=0$，

解得 x=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$或$\frac{-\sqrt{5}-1}{2}$，

经检验：x=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$是分式方程的根，且符合题意，

∴OD=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$．

【点评】本题考查圆综合题、全等三角形的判定和性质、相似三角形的判定和性质、比例中项等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，学会利用参数

解决问题，属于中考压轴题.

2018年上海中考数学试题

考生注意：

1．本试卷共25题．

2．试卷满分150分．　考试时间100分钟．

3．答题时，考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答，在草稿纸、本试卷上答题一律无效．

4．除第一、二大题外，其余各题如无特别说明，都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤．

一、选择题：（本大题共6题，每题4分，满分24分）

【下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的，选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1．下列计算$\sqrt{18}-\sqrt{2}$的结果是（　　）

A．4　B．3　C．$2\sqrt{2}$D．$\sqrt{2}$

2．下列对一元二次方程$x^2+x-3=0$根的情况的判断，正确的是（　　）

A．有两个不相等实数根　B．有两个相等实数根

C．有且只有一个实数根　D．没有实数根

3．下列对二次函数$y=x^2-x$的图象的描述，正确的是（　　）

A．开口向下　B．对称轴是y轴

C．经过原点　D．在对称轴右侧部分是下降的

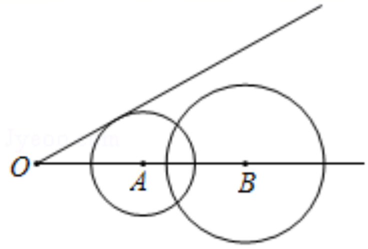
4．据统计，某住宅楼30户居民五月份最后一周每天实行垃圾分类的户数依次是：27，30，29，25，26，28，29，那么这组数据的中位数和众数分别是（　　）

A．25和30　B．25和29　C．28和30　D．28和29

5．已知平行四边形ABCD，下列条件中，不能判定这个平行四边形为矩形的是（　　）

A．∠A=∠B　B．∠A=∠C　C．AC=BD　D．AB⊥BC

6．如图，已知∠POQ=30°，点A、B在射线OQ上（点A在点O、B之间），半径长为2的⊙A与直线OP相切，半径长为3的⊙B与⊙A相交，那么OB的取值范围是（　　）



A．5＜OB＜9　B．4＜OB＜9　C．3＜OB＜7　D．2＜OB＜7

二、填空题（本大题共12题，每题4分，满分48分）

7．－8的立方根是_______．

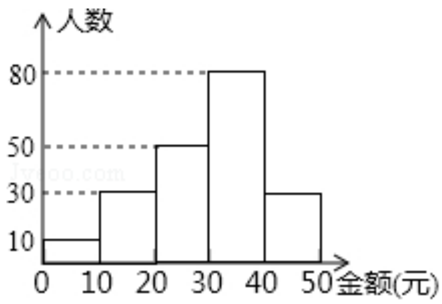
8．计算：$(a+1)^2-a^2=$_______．

9．方程组$\begin{cases}x-y=0\\x^2+y=2\end{cases}$的解是_______．

10．某商品原价为a元，如果按原价的八折销售，那么售价是_______元．（用含字母a的代数式表示）．

11．已知反比例函数$y=\frac{k-1}{x}$（k是常数，k≠1）的图象有一支在第二象限，那么k的取值范围是_______．

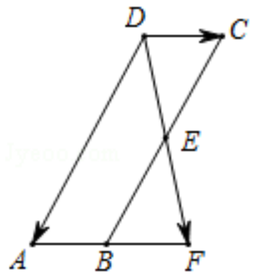
12．某校学生自主建立了一个学习用品义卖平台，已知九年级200名学生义卖所得金额的频数分布直方图如图所示，那么20﹣30元这个小组的组频率是_______．



13．从$\frac{2}{7}$，π，$\sqrt{3}$这三个数中选一个数，选出的这个数是无理数的概率为_______．

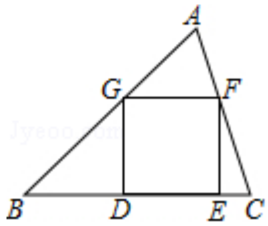
14．如果一次函数y=kx+3（k是常数，k≠0）的图象经过点（1，0），那么y的值随x的增大而_______．（填"增大"或"减小"）

15．如图，已知平行四边形ABCD，E是边BC的中点，联结DE并延长，与AB的延长线交于点F．设$\overrightarrow{DA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{DC}=\vec{b}$那么向量$\overrightarrow{DF}$用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示为_______．

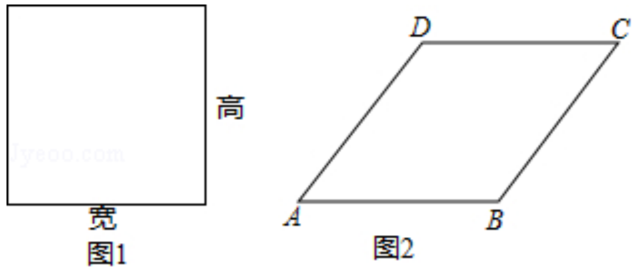


16．通过画出多边形的对角线，可以把多边形内角和问题转化为三角形内角和问题．如果从某个多边形的一个顶点出发的对角线共有 2 条，那么该多边形的内角和是_______度．

17．如图，已知正方形 DEFG 的顶点 D、E 在△ABC 的边 BC 上，顶点 G、F 分别在边 AB、AC 上．如果 BC=4，△ABC 的面积是 6，那么这个正方形的边长是_______．

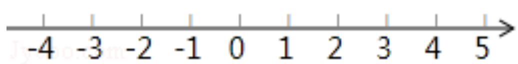


18．对于一个位置确定的图形，如果它的所有点都在一个水平放置的矩形内部或边上，且该图形与矩形的每条边都至少有一个公共点（如图 1），那么这个矩形水平方向的边长称为该图形的宽，铅锤方向的边长称为该矩形的高．如图 2，菱形 ABCD 的边长为 1，边 AB 水平放置．如果该菱形的高是宽的$\frac{2}{3}$，那么它的宽的值是_______．



三、解答题（本大题共7题，满分78分）

19．解不等式组：$\begin{cases}2x+1>x\\ \frac{x+5}{2}-x\geqslant 1\end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来．

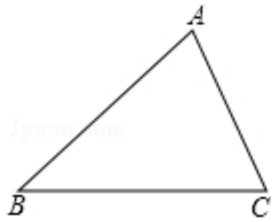


20．先化简，再求值：（$\frac{2a}{a^2-1}$－$\frac{1}{a+1}$）÷$\frac{a+2}{a^2-a}$，其中 a=$\sqrt{5}$.

21．如图，已知△ABC 中，AB=BC=5，tan∠ABC=$\frac{3}{4}$.

（1）求边 AC 的长；

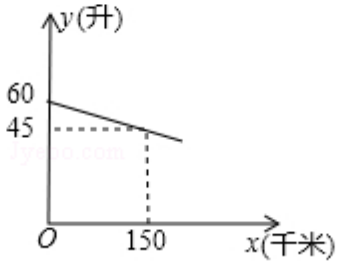
（2）设边 BC 的垂直平分线与边 AB 的交点为 D，求$\frac{AD}{DB}$的值.



22．一辆汽车在某次行驶过程中，油箱中的剩余油量 y（升）与行驶路程 x（千米）之间是一次函数关系，其部分图象如图所示.

（1）求 y 关于 x 的函数关系式；（不需要写定义域）

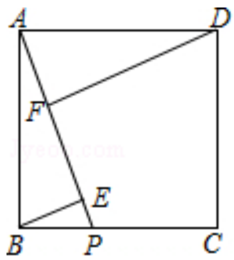
（2）已知当油箱中的剩余油量为 8 升时，该汽车会开始提示加油，在此次行驶过程中，行驶了 500 千米时，司机发现离前方最近的加油站有 30 千米的路程，在开往该加油站的途中，汽车开始提示加油，这时离加油站的路程是多少千米？



23．已知：如图，正方形 ABCD 中，P 是边 BC 上一点，BE⊥AP，DF⊥AP，垂足分别是点 E、F.

（1）求证：EF=AE﹣BE；

（2）联结 BF，如课$\frac{AF}{BF}$=$\frac{DF}{AD}$．求证：EF=EP.

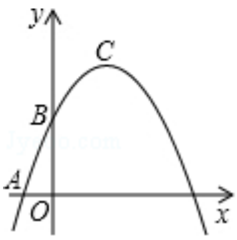


24．在平面直角坐标系 xOy 中（如图）．已知抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点 A（﹣1，0）和点 B（0，$\frac{5}{2}$），顶点为 C，点 D 在其对称轴上且位于点 C 下方，将线段 DC 绕点 D 按顺时针方向旋转 90°，点 C 落在抛物线上的点 P 处．

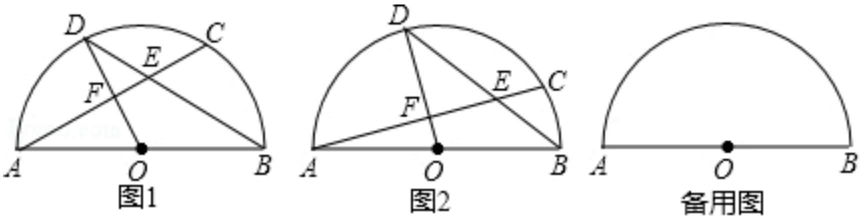
（1）求这条抛物线的表达式；

（2）求线段 CD 的长；

（3）将抛物线平移，使其顶点 C 移到原点 O 的位置，这时点 P 落在点 E 的位置，如果点 M 在 y 轴上，且以 O、D、E、M 为顶点的四边形面积为 8，求点 M 的坐标．



25．已知⊙O 的直径 AB=2，弦 AC 与弦 BD 交于点 E．且 OD⊥AC，垂足为点 F．



（1）如图 1，如果 AC=BD，求弦 AC 的长；

（2）如图 2，如果 E 为弦 BD 的中点，求∠ABD 的余切值；

（3）联结 BC、CD、DA，如果 BC 是⊙O 的内接正 n 边形的一边，CD 是⊙O 的内接正（n+4）边形的一边，求△ACD 的面积．

2018年上海市中考数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题（本大题共6题，每题4分，满分24分。下列各题的四个选项中，有且只有一个选项是正确的）

1．（4.00分）下列计算$\sqrt{18}-\sqrt{2}$的结果是（　　）

A．4　B．3　C．$2\sqrt{2}$D．$\sqrt{2}$

【分析】先化简，再合并同类项即可求解．

【解答】解：$\sqrt{18}-\sqrt{2}$

$=3\sqrt{2}-\sqrt{2}$

$=2\sqrt{2}$．

故选：C．

2．（4.00分）下列对一元二次方程$x^2+x-3=0$根的情况的判断，正确的是（　　）

A．有两个不相等实数根　B．有两个相等实数根

C．有且只有一个实数根　D．没有实数根

【分析】根据方程的系数结合根的判别式，即可得出$\Delta=13>0$，进而即可得出方程$x^2+x-3=0$有两个不相等的实数根．

【解答】解：∵a=1，b=1，c=－3，

∴$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times(1)\times(-3)=13>0$，

∴方程$x^2+x-3=0$有两个不相等的实数根．

故选：A．

3．（4.00分）下列对二次函数$y=x^2-x$的图象的描述，正确的是（　　）

A．开口向下　B．对称轴是y轴

C．经过原点　D．在对称轴右侧部分是下降的

【分析】A、由$a=1>0$，可得出抛物线开口向上，选项A不正确；

B、根据二次函数的性质可得出抛物线的对称轴为直线$x=\frac{1}{2}$，选项B不正确；

C、代入 $x=0$ 求出 y 值，由此可得出抛物线经过原点，选项 C 正确；

D、由 $a=1>0$ 及抛物线对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，利用二次函数的性质，可得出当 $x>\frac{1}{2}$时，y 随 x 值的增大而增大，选项 D 不正确．

综上即可得出结论．

【解答】解：A、∵$a=1>0$，

∴抛物线开口向上，选项 A 不正确；

B、∵$-\frac{b}{2a}=\frac{1}{2}$，

∴抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，选项 B 不正确；

C、当 $x=0$ 时，$y=x^2-x=0$，

∴抛物线经过原点，选项 C 正确；

D、∵$a>0$，抛物线的对称轴为直线 $x=\frac{1}{2}$，

∴当 $x>\frac{1}{2}$时，y 随 x 值的增大而增大，选项 D 不正确．

故选：C．

4．（4.00 分）据统计，某住宅楼 30 户居民五月份最后一周每天实行垃圾分类的户数依次是：27，30，29，25，26，28，29，那么这组数据的中位数和众数分别是（　　）

A．25 和 30B．25 和 29C．28 和 30D．28 和 29

【分析】根据中位数和众数的概念解答．

【解答】解：对这组数据重新排列顺序得，25，26，27，28，29，29，30，

处于最中间是数是 28，

∴这组数据的中位数是 28，

在这组数据中，29 出现的次数最多，

∴这组数据的众数是 29，

故选：D．

5．（4.00 分）已知平行四边形 ABCD，下列条件中，不能判定这个平行四边形为

矩形的是（　　）

A．∠A=∠B B．∠A=∠C C．AC=BD D．AB⊥BC

【分析】由矩形的判定方法即可得出答案．

【解答】解：A、∠A=∠B，∠A+∠B=180°，所以∠A=∠B=90°，可以判定这个平行四边形为矩形，正确；

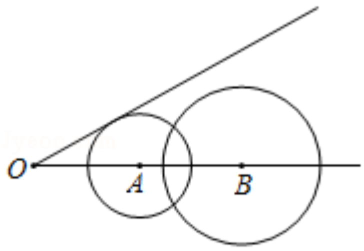
B、∠A=∠C 不能判定这个平行四边形为矩形，错误；

C、AC=BD，对角线相等，可推出平行四边形 ABCD 是矩形，故正确；

D、AB⊥BC，所以∠B=90°，可以判定这个平行四边形为矩形，正确；

故选：B．

6．（4.00 分）如图，已知∠POQ=30°，点 A、B 在射线 OQ 上（点 A 在点 O、B 之间），半径长为 2 的⊙A 与直线 OP 相切，半径长为 3 的⊙B 与⊙A 相交，那么 OB 的取值范围是（　　）



A．5＜OB＜9　B．4＜OB＜9　C．3＜OB＜7　D．2＜OB＜7

【分析】作半径 AD，根据直角三角形 30 度角的性质得：OA=4，再确认⊙B 与⊙A 相切时，OB 的长，可得结论．

【解答】解：设⊙A 与直线 OP 相切时切点为 D，连接 AD，

∴AD⊥OP，

∵∠O=30°，AD=2，

∴OA=4，

当⊙B 与⊙A 相内切时，设切点为 C，如图 1，

∵BC=3，

∴OB=OA+AB=4+3﹣2=5；

当⊙A 与⊙B 相外切时，设切点为 E，如图 2，

∴OB=OA+AB=4+2+3=9，

∴半径长为 3 的⊙B 与⊙A 相交，那么 OB 的取值范围是：5＜OB＜9，

故选：A．

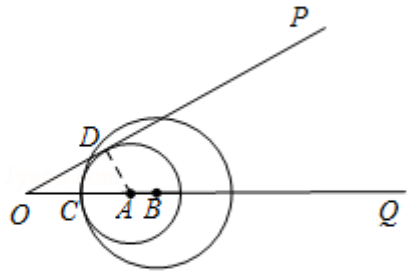


图1

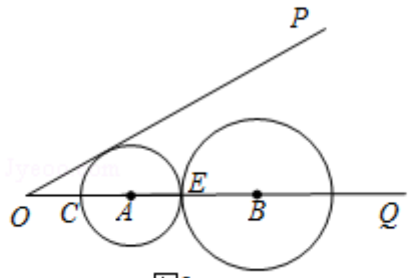


图2

二、填空题（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

7．（4.00 分）﹣8 的立方根是＿﹣2＿．

【分析】利用立方根的定义即可求解．

【解答】解：∵（﹣2）^{3}=﹣8，

∴﹣8 的立方根是﹣2．

故答案为：﹣2．

8．（4.00 分）计算：（a+1）^{2}﹣a^2=＿2a+1＿．

【分析】原式利用完全平方公式化简，合并即可得到结果．

【解答】解：原式=a^2+2a+1﹣a^2=2a+1，

故答案为：2a+1

9．（4.00 分）方程组$\begin{cases}x-y=0\\x^2+y=2\end{cases}$的解是＿$\begin{cases}x_1=-2\\y_1=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=1\end{cases}$＿．

【分析】方程组中的两个方程相加，即可得出一个一元二次方程，求出方程的解，再代入求出 y 即可．

【解答】解：$\begin{cases}x-y=0①\\x^2+y=2②\end{cases}$

②+①得：$x^2+x=2$，

解得：x=－2 或 1，

把 x=－2 代入①得：y=－2，

把 x=1 代入①得：y=1，

所以原方程组的解为$\begin{cases}x_1=-2\\y_1=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=1\end{cases}$，

故答案为：$\begin{cases}x_1=-2\\y_1=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x_2=1\\y_2=1\end{cases}$.

10．（4.00 分）某商品原价为 a 元，如果按原价的八折销售，那么售价是__0.8a__元．（用含字母 a 的代数式表示）.

【分析】根据实际售价=原价×$\frac{折扣}{10}$即可得.

【解答】解：根据题意知售价为 0.8a 元，

故答案为：0.8a．

11．（4.00 分）已知反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$（k 是常数，k≠1）的图象有一支在第二象限，那么 k 的取值范围是__k＜1__．

【分析】由于在反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$的图象有一支在第二象限，故 k－1＜0，求出 k 的取值范围即可．

【解答】解：∵反比例函数 $y=\frac{k-1}{x}$的图象有一支在第二象限，

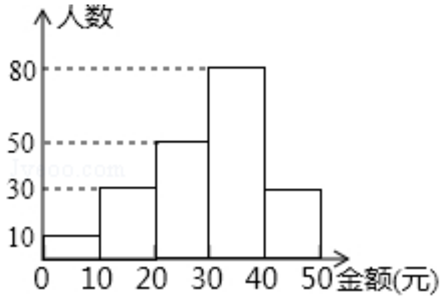
∴k－1＜0，

解得 k＜1．

故答案为：k＜1．

12．（4.00 分）某校学生自主建立了一个学习用品义卖平台，已知九年级 200 名学生义卖所得金额的频数分布直方图如图所示，那么 20－30 元这个小组的组频

率是 0.25 .



【分析】根据“频率=频数÷总数”即可得.

【解答】解：20﹣30 元这个小组的组频率是 50÷200=0.25，

故答案为：0.25.

13.（4.00 分）从$\frac{2}{7}$，π，$\sqrt{3}$这三个数中选一个数，选出的这个数是无理数的概率为 $\frac{2}{3}$.

【分析】由题意可得共有 3 种等可能的结果，其中无理数有 π、$\sqrt{3}$共 2 种情况，则可利用概率公式求解.

【解答】解：∵在$\frac{2}{7}$，π，$\sqrt{3}$这三个数中，无理数有 π，$\sqrt{3}$这 2 个，

∴选出的这个数是无理数的概率为$\frac{2}{3}$，

故答案为：$\frac{2}{3}$.

14.（4.00 分）如果一次函数 y=kx+3（k 是常数，k≠0）的图象经过点（1，0），那么 y 的值随 x 的增大而 减小 .（填“增大”或“减小”）

【分析】根据点的坐标利用一次函数图象上点的坐标特征可求出 k 值，再利用一次函数的性质即可得出结论.

【解答】解：∵一次函数 y=kx+3（k 是常数，k≠0）的图象经过点（1，0），

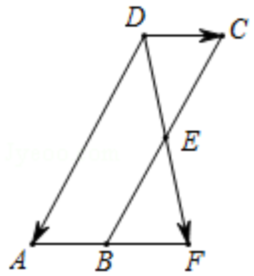
∴0=k+3，

∴k=﹣3，

∴y 的值随 x 的增大而减小.

故答案为：减小.

15.（4.00 分）如图，已知平行四边形 ABCD，E 是边 BC 的中点，联结 DE 并延长，与 AB 的延长线交于点 F．设$\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{a}$，$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{b}$那么向量$\overrightarrow{DF}$用向量$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$表示为 $\underline{\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}}$．



【分析】根据平行四边形的判定与性质得到四边形 DBFC 是平行四边形，则 DC=BF，故 AF=2AB=2DC，结合三角形法则进行解答．

【解答】解：如图，连接 BD，FC，

∵四边形 ABCD 是平行四边形，

∴DC∥AB，DC=AB．

∴△DCE∽△FBE．

又 E 是边 BC 的中点，

∴$\frac{DE}{EF}=\frac{EC}{EB}=\frac{1}{1}$，

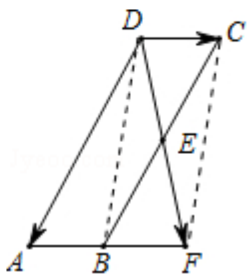
∴EC=BE，即点 E 是 DF 的中点，

∴四边形 DBFC 是平行四边形，

∴DC=BF，故 AF=2AB=2DC，

∴$\overrightarrow{DF}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{DA}+2\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$．

故答案是：$\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}$．



16．（4.00 分）通过画出多边形的对角线，可以把多边形内角和问题转化为三角

形内角和问题．如果从某个多边形的一个顶点出发的对角线共有 2 条，那么该多边形的内角和是__540__度．

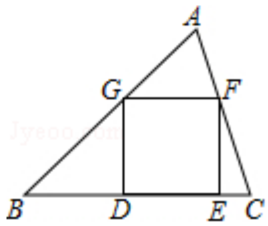
【分析】利根据题意得到 2 条对角线将多边形分割为 3 个三角形，然后根据三角形内角和可计算出该多边形的内角和．

【解答】解：从某个多边形的一个顶点出发的对角线共有 2 条，则将多边形分割为 3 个三角形．

所以该多边形的内角和是 $3\times180°=540°$．

故答案为 540．

17．（4.00 分）如图，已知正方形 DEFG 的顶点 D、E 在△ABC 的边 BC 上，顶点 G、F 分别在边 AB、AC 上．如果 BC=4，△ABC 的面积是 6，那么这个正方形的边长是__$\frac{12}{7}$__．



【分析】作 AH⊥BC 于 H，交 GF 于 M，如图，先利用三角形面积公式计算出 AH=3，设正方形 DEFG 的边长为 x，则 GF=x，MH=x，AM=3﹣x，再证明△AGF∽△ABC，则根据相似三角形的性质得$\frac{x}{4}=\frac{3-x}{3}$，然后解关于 x 的方程即可．

【解答】解：作 AH⊥BC 于 H，交 GF 于 M，如图，

∵△ABC 的面积是 6，

∴$\frac{1}{2}$BC•AH=6，

∴AH=$\frac{2\times6}{4}$=3，

设正方形 DEFG 的边长为 x，则 GF=x，MH=x，AM=3﹣x，

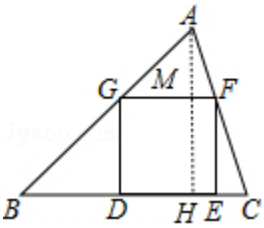
∵GF∥BC，

∴△AGF∽△ABC，

∴$\frac{GF}{BC}=\frac{AM}{AH}$，即$\frac{x}{4}=\frac{3-x}{3}$，解得 x=$\frac{12}{7}$，

即正方形 DEFG 的边长为$\frac{12}{7}$.

故答案为$\frac{12}{7}$.



18.（4.00 分）对于一个位置确定的图形，如果它的所有点都在一个水平放置的矩形内部或边上，且该图形与矩形的每条边都至少有一个公共点（如图 1），那么这个矩形水平方向的边长称为该图形的宽，铅锤方向的边长称为该矩形的高．如图 2，菱形 ABCD 的边长为 1，边 AB 水平放置．如果该菱形的高是宽的$\frac{2}{3}$，那么它的宽的值是__$\frac{18}{13}$__.

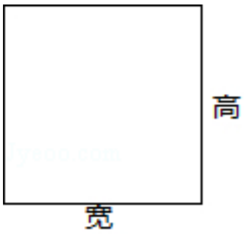


图1

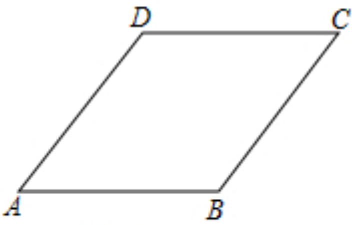


图2

【分析】先根据要求画图，设矩形的宽 AF=x，则 CF=$\frac{2}{3}$x，根据勾股定理列方程可得结论.

【解答】解：在菱形上建立如图所示的矩形 EAFC，

设 AF=x，则 CF=$\frac{2}{3}$x，

在 Rt△CBF 中，CB=1，BF=x﹣1，

由勾股定理得：$BC^2=BF^2+CF^2$，

$1^2=(x-1)^2+(\frac{2}{3}x)^2$，

解得：x=$\frac{18}{13}$或 0（舍），

即它的宽的值是$\frac{18}{13}$，

故答案为：$\frac{18}{13}$.

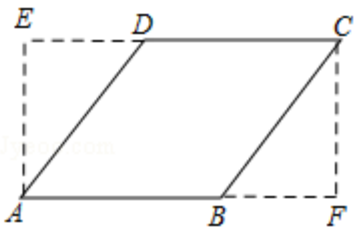
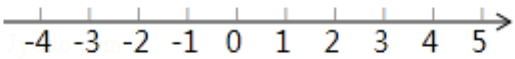


图2

三、解答题（本大题共 7 题，满分 78 分）

19．（10.00 分）解不等式组：$\begin{cases}2x+1>x\\ \frac{x+5}{2}-x\geqslant 1\end{cases}$，并把解集在数轴上表示出来．



【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分就是不等式组的解集．

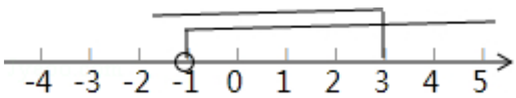
【解答】解：$\begin{cases}2x+1>x①\\ \frac{x+5}{2}-x\geqslant 1②\end{cases}$

解不等式①得：$x>-1$，

解不等式②得：$x\leq 3$，

则不等式组的解集是：$-1<x\leq 3$，

不等式组的解集在数轴上表示为：



20．（10.00 分）先化简，再求值：$\left(\frac{2a}{a^2-1}-\frac{1}{a+1}\right)\div\frac{a+2}{a^2-a}$，其中 $a=\sqrt{5}$．

【分析】先根据分式混合运算顺序和运算法则化简原式，再将 a 的值代入计算可得．

【解答】解：原式$=\left[\frac{2a}{(a+1)(a-1)}-\frac{a-1}{(a+1)(a-1)}\right]\div\frac{a+2}{a(a-1)}$

$=\frac{a+1}{(a+1)(a-1)}\bullet\frac{a(a-1)}{a+2}$

$=\frac{a}{a+2}$，

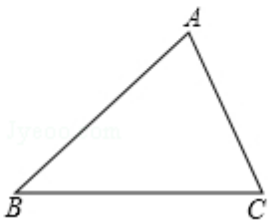
当 $a=\sqrt{5}$时，

原式$=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+2}=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=5-2\sqrt{5}$．

21．（10.00 分）如图，已知△ABC 中，AB=BC=5，$\tan\angle ABC=\frac{3}{4}$.

（1）求边 AC 的长；

（2）设边 BC 的垂直平分线与边 AB 的交点为 D，求$\frac{AD}{DB}$的值.



【分析】（1）过 A 作 AE⊥BC，在直角三角形 ABE 中，利用锐角三角函数定义求出 AC 的长即可；

（2）由 DF 垂直平分 BC，求出 BF 的长，利用锐角三角函数定义求出 DF 的长，利用勾股定理求出 BD 的长，进而求出 AD 的长，即可求出所求.

【解答】解：（1）作 A 作 AE⊥BC，

在 Rt△ABE 中，$\tan\angle ABC=\frac{AE}{BE}=\frac{3}{4}$，AB=5，

∴AE=3，BE=4，

∴CE=BC﹣BE=5﹣4=1，

在 Rt△AEC 中，根据勾股定理得：$AC=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$；

（2）∵DF 垂直平分 BC，

∴BD=CD，$BF=CF=\frac{5}{2}$，

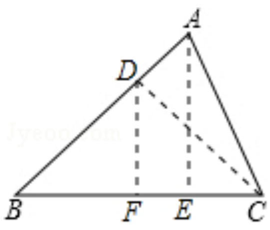
∵$\tan\angle DBF=\frac{DF}{BF}=\frac{3}{4}$，

∴$DF=\frac{15}{8}$，

在 Rt△BFD 中，根据勾股定理得：$BD=\sqrt{(\frac{5}{2})^2+(\frac{15}{8})^2}=\frac{25}{8}$，

∴$AD=5-\frac{25}{8}=\frac{15}{8}$，

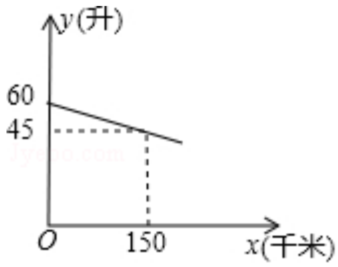
则$\frac{AD}{BD}=\frac{3}{5}$.



22.（10.00 分）一辆汽车在某次行驶过程中，油箱中的剩余油量 y（升）与行驶路程 x（千米）之间是一次函数关系，其部分图象如图所示.

（1）求 y 关于 x 的函数关系式；（不需要写定义域）

（2）已知当油箱中的剩余油量为 8 升时，该汽车会开始提示加油，在此次行驶过程中，行驶了 500 千米时，司机发现离前方最近的加油站有 30 千米的路程，在开往该加油站的途中，汽车开始提示加油，这时离加油站的路程是多少千米？



【分析】根据函数图象中点的坐标利用待定系数法求出一次函数解析式，再根据一次函数图象上点的坐标特征即可求出剩余油量为 5 升时行驶的路程，此题得解.

【解答】解：（1）设该一次函数解析式为 y=kx+b，

将（150，45）、（0，60）代入 y=kx+b 中，

$\begin{cases}150k+b=45\\b=60\end{cases}$，解得：$\begin{cases}k=-\frac{1}{10}\\b=60\end{cases}$，

∴该一次函数解析式为 $y=-\frac{1}{10}x+60$.

（2）当 $y=-\frac{1}{10}x+60=8$ 时，

解得 x=520.

即行驶 520 千米时，油箱中的剩余油量为 8 升.

530﹣520=10 千米，

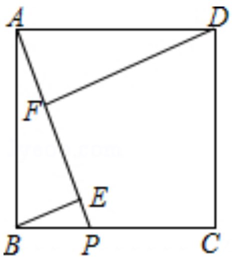
油箱中的剩余油量为 8 升时，距离加油站 10 千米.

∴在开往该加油站的途中，汽车开始提示加油，这时离加油站的路程是 10 千米．

23．（12.00 分）已知：如图，正方形 ABCD 中，P 是边 BC 上一点，BE⊥AP，DF⊥AP，垂足分别是点 E、F．

（1）求证：EF=AE﹣BE；

（2）联结 BF，如课$\frac{AF}{BF}=\frac{DF}{AD}$．求证：EF=EP．



【分析】（1）利用正方形的性质得 AB=AD，∠BAD=90°，根据等角的余角相等得到∠1=∠3，则可判断△ABE≌△DAF，则 BE=AF，然后利用等线段代换可得到结论；

（2）利用$\frac{AF}{BF}=\frac{DF}{AD}$和 AF=BE 得到$\frac{BE}{DF}=\frac{BF}{AD}$，则可判定 Rt△BEF∽Rt△DFA，所以∠4=∠3，再证明∠4=∠5，然后根据等腰三角形的性质可判断 EF=EP．

【解答】证明：（1）∵四边形 ABCD 为正方形，

∴AB=AD，∠BAD=90°，

∵BE⊥AP，DF⊥AP，

∴∠BEA=∠AFD=90°，

∵∠1+∠2=90°，∠2+∠3=90°，

∴∠1=∠3，

在△ABE 和△DAF 中

$$\begin{cases}\angle BEA=\angle AFD\\ \angle 1=\angle 2\\ AB=DA\end{cases},$$

∴△ABE≌△DAF，

∴BE=AF，

∴EF=AE﹣AF=AE﹣BE；

（2）如图，∵$\frac{AF}{BF}=\frac{DF}{AD}$，

而 AF=BE，

∴$\frac{BE}{BF}=\frac{DF}{AD}$,

∴$\frac{BE}{DF}=\frac{BF}{AD}$,

∴Rt△BEF∽Rt△DFA，

∴∠4=∠3，

而∠1=∠3，

∴∠4=∠1，

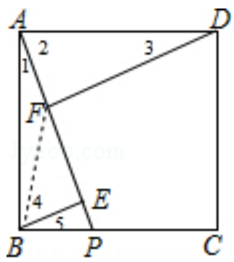
∵∠5=∠1，

∴∠4=∠5，

即 BE 平分∠FBP，

而 BE⊥EP，

∴EF=EP.

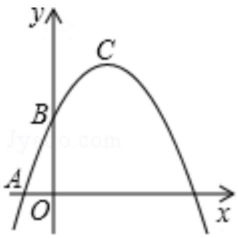


24．（12.00 分）在平面直角坐标系 xOy 中（如图）．已知抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 经过点 A（﹣1，0）和点 B（0，$\frac{5}{2}$），顶点为 C，点 D 在其对称轴上且位于点 C 下方，将线段 DC 绕点 D 按顺时针方向旋转 90°，点 C 落在抛物线上的点 P 处．

（1）求这条抛物线的表达式；

（2）求线段 CD 的长；

（3）将抛物线平移，使其顶点 C 移到原点 O 的位置，这时点 P 落在点 E 的位置，如果点 M 在 y 轴上，且以 O、D、E、M 为顶点的四边形面积为 8，求点 M 的坐标．



【分析】（1）利用待定系数法求抛物线解析式；

（2）利用配方法得到 $y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{9}{2}$，则根据二次函数的性质得到 C 点坐标和抛物线的对称轴为直线 x=2，如图，设 CD=t，则 D（2，$\frac{9}{2}-t$），根据旋转性质得∠PDC=90°，DP=DC=t，则 P（2+t，$\frac{9}{2}-t$），然后把 P（2+t，$\frac{9}{2}-t$）代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}$得到关于 t 的方程，从而解方程可得到 CD 的长；

（3）P 点坐标为（4，$\frac{9}{2}$），D 点坐标为（2，$\frac{5}{2}$），利用抛物线的平移规律确定 E 点坐标为（2，﹣2），设 M（0，m），当 m＞0 时，利用梯形面积公式得到$\frac{1}{2}$•（$m+\frac{5}{2}+2$）•2=8 当 m＜0 时，利用梯形面积公式得到$\frac{1}{2}$•（$-m+\frac{5}{2}+2$）•2=8，然后分别解方程求出 m 即可得到对应的 M 点坐标．

【解答】解：（1）把 A（﹣1，0）和点 B（0，$\frac{5}{2}$）代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+bx+c$ 得$\begin{cases}-\frac{1}{2}-b+c=0\\ c=\frac{5}{2}\end{cases}$，

解得$\begin{cases}b=2\\ c=\frac{5}{2}\end{cases}$，

∴抛物线解析式为 $y=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}$；

（2）∵$y=-\frac{1}{2}(x-2)^2+\frac{9}{2}$，

∴C（2，$\frac{9}{2}$），抛物线的对称轴为直线 x=2，

如图，设 CD=t，则 D（2，$\frac{9}{2}-t$），

∵线段 DC 绕点 D 按顺时针方向旋转 90°，点 C 落在抛物线上的点 P 处，

∴∠PDC=90°，DP=DC=t，

∴P（2+t，$\frac{9}{2}-t$），

把P（2+t，$\frac{9}{2}$﹣t）代入$y=-\frac{1}{2}x^2+2x+\frac{5}{2}$得$-\frac{1}{2}$（2+t）2+2（2+t）+$\frac{5}{2}=\frac{9}{2}$﹣t，

整理得$t^2-2t=0$，解得$t_1=0$（舍去），$t_2=2$，

∴线段CD的长为2；

（3）P点坐标为（4，$\frac{9}{2}$），D点坐标为（2，$\frac{5}{2}$），

∵抛物线平移，使其顶点C（2，$\frac{9}{2}$）移到原点O的位置，

∴抛物线向左平移2个单位，向下平移$\frac{9}{2}$个单位，

而P点（4，$\frac{9}{2}$）向左平移2个单位，向下平移$\frac{9}{2}$个单位得到点E，

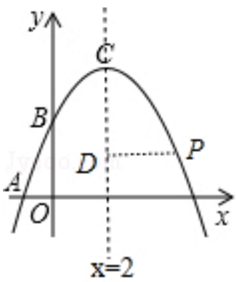
∴E点坐标为（2，﹣2），

设M（0，m），

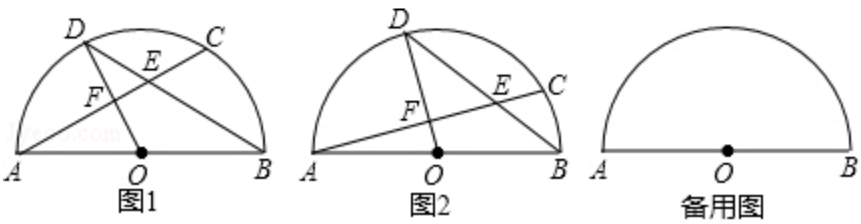
当m＞0时，$\frac{1}{2}$•（m+$\frac{5}{2}$+2）•2=8，解得m=$\frac{7}{2}$，此时M点坐标为（0，$\frac{7}{2}$）；

当m＜0时，$\frac{1}{2}$•（﹣m+$\frac{5}{2}$+2）•2=8，解得m=﹣$\frac{7}{2}$，此时M点坐标为（0，﹣$\frac{7}{2}$）；

综上所述，M点的坐标为（0，$\frac{7}{2}$）或（0，﹣$\frac{7}{2}$）.



25．（14.00分）已知⊙O的直径AB=2，弦AC与弦BD交于点E．且OD⊥AC，垂足为点F．



（1）如图1，如果AC=BD，求弦AC的长；

（2）如图2，如果E为弦BD的中点，求∠ABD的余切值；

（3）联结BC、CD、DA，如果BC是⊙O的内接正n边形的一边，CD是⊙O

的内接正（n+4）边形的一边，求△ACD 的面积．

【分析】(1）由 AC=BD 知 $\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{BC}$，得 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$，根据 OD⊥AC 知 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，从而得 $\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，即可知∠AOD=∠DOC=∠BOC=60°，利用 AF=AOsin∠AOF 可得答案；

（2）连接 BC，设 OF=t，证 OF 为△ABC 中位线及△DEF≌△BEC 得 BC=DF=2t，由 DF=1﹣t 可得 $t=\frac{1}{3}$，即可知 $BC=DF=\frac{2}{3}$，继而求得 $EF=\frac{1}{4}AC=\frac{\sqrt{2}}{3}$，由余切函数定义可得答案；

（3）先求出 BC、CD、AD 所对圆心角度数，从而求得 $BC=AD=\sqrt{2}$、$OF=\frac{\sqrt{2}}{2}$，从而根据三角形面积公式计算可得．

【解答】解：(1）∵OD⊥AC，

∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$，∠AFO=90°，

又∵AC=BD，

∴$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$，即 $\overset{\frown}{AD}+\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{CD}+\overset{\frown}{BC}$，

∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}$，

∴$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BC}$，

∴∠AOD=∠DOC=∠BOC=60°，

∵AB=2，

∴AO=BO=1，

∴$AF=AO\sin\angle AOF=1\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

则 $AC=2AF=\sqrt{3}$；

（2）如图 1，连接 BC，

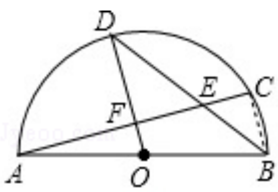


图 1

∵AB 为直径，OD⊥AC，

∴∠AFO=∠C=90°，

∴OD∥BC，

∴∠D=∠EBC，

∵DE=BE、∠DEF=∠BEC，

∴△DEF≌△BEC（ASA），

∴BC=DF、EC=EF，

又∵AO=OB，

∴OF 是△ABC 的中位线，

设 OF=t，则 BC=DF=2t，

∵DF=DO﹣OF=1﹣t，

∴1﹣t=2t，

解得：$t=\frac{1}{3}$，

则 $DF=BC=\frac{2}{3}$、$AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=\sqrt{2^2-(\frac{2}{3})^2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$，

∴$EF=\frac{1}{2}FC=\frac{1}{4}AC=\frac{\sqrt{2}}{3}$，

∵OB=OD，

∴∠ABD=∠D，

则 $\cot\angle ABD=\cot\angle D=\frac{DF}{EF}=\frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{2}}{3}}=\sqrt{2}$；

（3）如图 2，

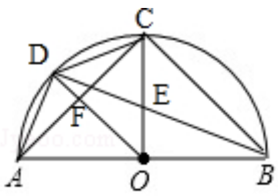


图 2

∵BC 是⊙O 的内接正 n 边形的一边，CD 是⊙O 的内接正（n+4）边形的一边，

∴$\angle BOC=\frac{360}{n}$、$\angle AOD=\angle COD=\frac{360}{n+4}$，

则$\frac{360}{n}$+2×$\frac{360}{n+4}$=180，

解得：n=4，

∴∠BOC=90°、∠AOD=∠COD=45°，

∴BC=AC=$\sqrt{2}$,

∵∠AFO=90°，

∴OF=AOcos∠AOF=$\frac{\sqrt{2}}{2}$,

则 DF=OD﹣OF=1﹣$\frac{\sqrt{2}}{2}$,

∴$S_{\triangle ACD}$=$\frac{1}{2}$AC•DF=$\frac{1}{2}$×$\sqrt{2}$×（1﹣$\frac{\sqrt{2}}{2}$）=$\frac{\sqrt{2}-1}{2}$.

2019 年上海市初中毕业统一学业考试

数学试卷

考生注意：

1. 本试卷共 25 题.
2. 试卷满分 150 分. 考试时间 100 分钟.
3. 答题时, 考生务必按答题要求在答题纸规定的位置上作答, 在草稿纸、本试卷上答题一律无效.
4. 除第一、二大题外, 其余各题如无特别说明, 都必须在答题纸的相应位置上写出证明或计算的主要步骤

一、选择题:（本大题共 6 题, 每题 4 分, 满分 24 分）

【下列各题的四个选项中, 有且只有一个选项是正确的, 选择正确项的代号并填涂在答题纸的相应位置上】

1. 下列运算正确的是（　　）

A. $3x+2x=5x^2$　　B. $3x-2x=x$　　C. $3x\cdot 2x=6x$　　D. $3x\div 2x=\frac{2}{3}$

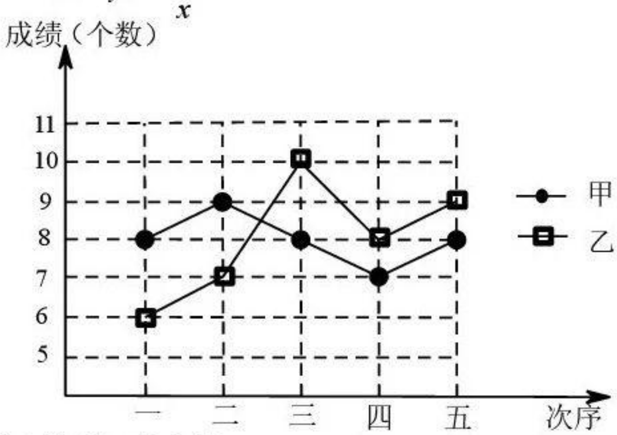
2. 如果 $m>n$, 那么下列结论错误的是（　　）

A. $m+2>n+2$　　B. $m-2>n-2$　　C. $2m>2n$；　　D. $-2m>-2n$

3. 下列函数中, 函数值 y 随自变量 x 的值增大而增大的是（　　）

A. $y=\frac{x}{3}$　　B. $y=-\frac{x}{3}$　　C. $y=\frac{3}{x}$　　D. $y=-\frac{3}{x}$

4. 甲、乙两名同学本学期五次引体向上的测试成绩(个数)成绩如图 1 所示, 下列判断正确的是（　　）



A. 甲的成绩比乙稳定

B. 甲的最好成绩比乙高;

C. 甲的成绩的平均数比乙大;

D. 甲的成绩的中位数比乙大

5. 下列命题中, 假命题是（　　）

A. 矩形的对角线相等　　B. 矩形对角线交点到四个顶点的距离相等

C. 矩形的对角线互相平分　　D. 矩形对角线交点到四条边的距离相等

6. 已知⊙A 与⊙B 外切, ⊙C 与⊙A、⊙B 都内切, 且 $AB=5, AC=6, BC=7$, 那么⊙的半径长是（　　）

A. 11　　B. 10　　C. 9　　D. 8

二、填空题：（本大题共 12 题，每题 4 分，满分 48 分）

【请将结果直接填入答题纸的相应位置上】

7，计算：$(2a^2)^2$=———

8，已知 $f(x)=x^2-1$，那么 $f(-1)$ =____________

9，如果一个正方形的面积是 3，那么它的边长是____________.

10，如果关于 x 的方程 $x^2-x+m=0$ 没有实数根，那么实数 m 的取值范围是________________

11，一枚材质均匀的骰子，六个面的点数分别是1，2，3，4，5，6，投这个骰子，掷的的点数之和大于4的概率是____________。

12，《九章算术》中有一道题的条件是："今有大器五一容三斛，大器一小器五容二斛。"大致意思是：有大小两种盛米的桶，5大桶加1小桶共盛3斛米，1大桶加5小桶共盛2斛米，依据该条件，1大桶加1小桶共盛________斛米。（注：斛是古代一种容量单位）

13，在登山过程中，海拔每升高1千米，气温下降6℃，已知某登山大本营所在的位置的气温是2℃，登山队员从大本营出发登山，当海拔升高x千米时，所在位置的气温是y℃，那么y关于x的函数解析式是__________。

14，小明为了解所在小区居民各类生活垃圾的投放情况，他随机调查了该校区50户家庭某一天各类生活垃圾的投放量，统计得出这50户家庭各类生活垃圾的投放总量是100千克，并画出各类生活垃圾投放量分布情况的扇形图（如图2所示），根据以上信息，估计该小区300户居民这一天投放的可回收垃圾共约________千克。

15. 如图3，已知直线$l_1 // l_2$，含30°角的三角板的直角顶点C在l_1上，30°角的顶点A在l_2上，如果边AB与l_1的交点D是AB的中点，那么$\angle 1$=________度.

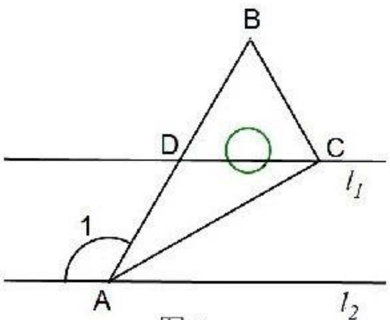


图3

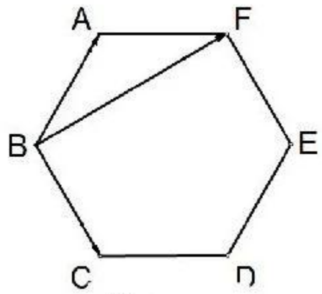


图4

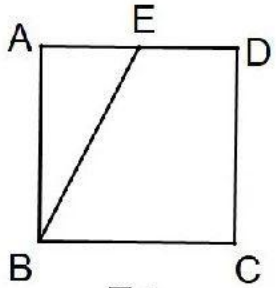


图5

16. 如图4，在正边形$ABCDEF$中，设$\overrightarrow{BA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{BC}=\vec{b}$，那么向量$\overrightarrow{BF}$用向量$\vec{a}$、$\vec{b}$表示为________.

17. 如图5，在正方形$ABCD$中，E是边AD的中点.将△ABE沿直线BE翻折，点A落在点F处，联结DF，那么$\angle EDF$的正切值是________.

18. 在△ABC和△$A_1B_1C_1$中，已知$\angle C=\angle C_1=90°$，$AC=A_1C_1=3, BC=4, B_1C_1=2$，点$D$、$D_1$分别在边$AB$、$A_1B_1$上，且△$ACD\cong$△$C_1A_1D_1$，那么$AD$的长是______.

三、解答题（本大题共7题，满分78分）

19. （本题满分10分）

计算：$\left|\sqrt{3}-1\right|-\sqrt{2}\times\sqrt{6}+\dfrac{1}{2-\sqrt{3}}-8^{\frac{2}{3}}$

20. （本题满分 10 分）

解方程：$\dfrac{2x}{x-2}-\dfrac{8}{x^2-2x}=1$

21. （本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）

在平面直角坐标系xoy 中（如图 6），已知一次函数的图像平行于直线$y=\dfrac{1}{2}x$ ，且经过点$A(2,3)$，与x轴交于点B 。

（1）求这个一次函数的解析式;

（2）设点C在y轴上，当$AC=BC$ 时，求点C的坐标。

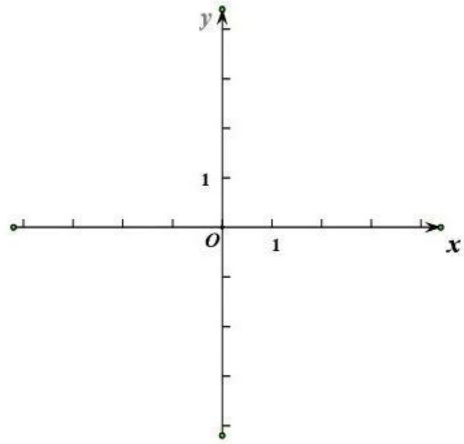


图 6

22.（本题满分 10 分，每小题满分各 5 分）

图 7-1 是某小型汽车的侧面示意图，其中矩形$ABCD$表示该车的后备箱，在打开后备箱的过程中，箱盖ADE可以绕点A逆时针方向旋转，当旋转角为$60°$时，箱盖ADE落在$AD'E'$的位置（如图 7-2 所示）. 已知$AD=90$厘米，$DE=30$厘米，$EC=40$厘米.

（1）求点D'到BC的距离;

（2）求E、E'两点的距离.

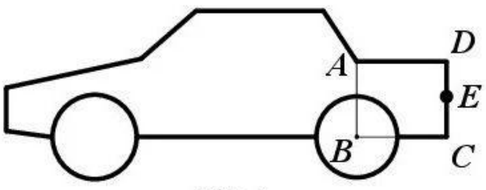


图7-1

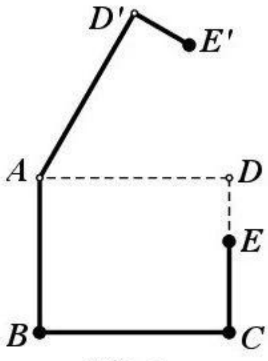


图7-2

23.（本题满分 12 分，第（1）小题满分 5 分，第（2）小题满分 7 分）

已知：如图 8，AB、AC 是⊙O 的两条弦，且 $AB = AC$，D 是 AO 延长线上一点，联结 BD 并延长交⊙O 于点 E，联结 CD 并延长交⊙O 于点 F.

（1）求证：$BD = CD$；

（2）如果 $AB^2 = AO \cdot AD$，求证：四边形 $ABDC$ 是菱形.

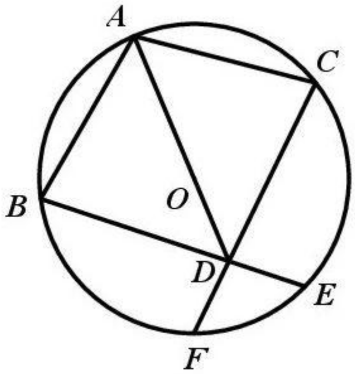


图8

24.（本题满分 12 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)①小题满分 3 分，第(2)②小题满分 5 分）

在平面直角坐标系 xOy 中(如图 9)，已知抛物线 $y = x^2 - 2x$，其顶点为 A.

（1）写出这条抛物线的开口方向、顶点 A 的坐标，并说明它的变化情况;

（2）我们把一条抛物线上横坐标与纵坐标相等的点叫做这条抛物线的“不动点”.

① 试求抛物线 $y = x^2 - 2x$ 的“不动点”的坐标;

② 平移抛物线 $y = x^2 - 2x$，使所得新抛物线的顶点 B 是该抛物线的“不动点”，其对称轴与 x 轴交于点 C，且四边形 $OABC$ 是梯形，求新抛物线的表达式.

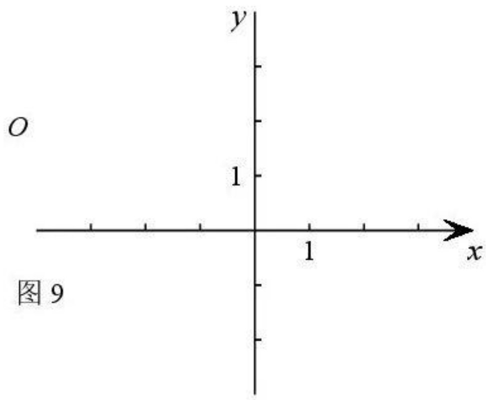


图 9

25.（本题满分 14 分，第(1)小题满分 4 分，第(2)小题满分 4 分，第(3)小题满分 6 分）

如图 10，AD、BD 分别是 ΔABC 的内角 $\angle BAC$、$\angle ABC$ 的平分线，过点 A 作 $AE\perp AD$，交 BD 的延长线于点 E .

（1）求证：$\angle E=\frac{1}{2}\angle C$；

（2）如图 11，如果 $AE=AB$，且 $BD:DE=2:3$，求 $\cos\angle ABC$ 的值；

（3）如果 $\angle ABC$ 是锐角，且 ΔABC 与 ΔADE 相似，求 $\angle ABC$ 的度数，并直接写出 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值.

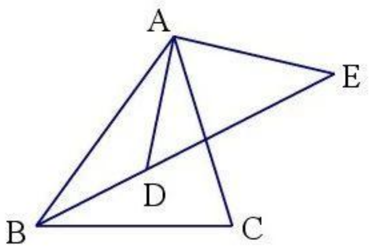


图10

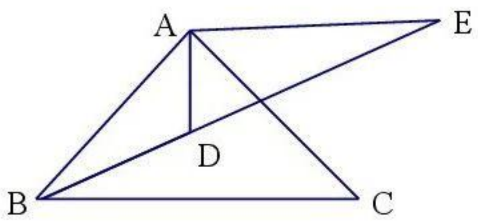


图11

2019年上海市初中毕业统一学业考试
数学试卷答案要点

一、选择题：（本大题共6题，满分24分）

1．B；　2．D；　3．A；　4．A；　5．D；　6．C．

二、填空题：（本大题共12题，满分48分）

7．$4a^6$；　8．0；　9．$\sqrt{3}$；

10．$m>\frac{1}{4}$；　11．$\frac{1}{3}$；　12．$\frac{5}{6}$；

13．$y=-6x+2$；　14．90；　15．120；

16．$2\overrightarrow{a}+\overrightarrow{b}$；　17．2；　18．$\frac{5}{3}$．

三、解答题：（本大题共7题，满分78分）

19．解：原式$=\sqrt{3}-1-2\sqrt{3}+2+\sqrt{3}-4=-3$．

20．解：去分母，得　$2x^2-8=x^2-2x$．

移项、整理得　$x^2+2x-8=0$．

解这个方程，得　$x_1=2$，$x_2=-4$．

经检验：$x_1=2$是增根，舍去；$x_2=-4$是原方程的根．

所以，原方程的根是$x=-4$．

21．解：(1) 设一次函数解析式为$y=kx+b\ (k\neq 0)$．

∵一次函数的图像平行于直线$y=\frac{1}{2}x$，∴$k=\frac{1}{2}$．

又∵一次函数的图像经过点$A(2,3)$，∴$3=\frac{1}{2}\times 2+b$，解得$b=2$．

所以，所求一次函数的解析式是$y=\frac{1}{2}x+2$．

(2) 由$y=\frac{1}{2}x+2$，令$y=0$，得$\frac{1}{2}x+2=0$，解得$x=-4$．

∴一次函数的图像与x轴的交点为$B(-4,0)$．

∵点C在y轴上，∴设点C的坐标为$(0,y)$．

由$AC=BC$，得$\sqrt{(2-0)^2+(3-y)^2}=\sqrt{(-4-0)^2+(0-y)^2}$，解得$y=-\frac{1}{2}$．

经检验：$y=-\frac{1}{2}$是原方程的根．

∴点C的坐标是$(0,-\frac{1}{2})$．

22．解：(1) 过点D'作$D'H\perp BC$，垂足为点H，交AD于点F．

由题意，得$AD'=AD=90$(厘米)，$\angle DAD'=60^\circ$．

∵四边形$ABCD$是矩形，∴$AD\parallel BC$，∴$\angle AFD'=\angle BHD'=90^\circ$．

在Rt$\triangle AD'F$中，$D'F=AD'\cdot\sin\angle DAD'=90\times\sin 60^\circ=45\sqrt{3}$(厘米)．

又∵$CE=40$(厘米)，$DE=30$(厘米)，∴$FH=DC=DE+CE=70$ (厘米)．

∴$D'H=D'F+FH=(45\sqrt{3}+70)$(厘米)．

答：点D'到BC的距离是$(45\sqrt{3}+70)$厘米．

(2) 联结AE、AE'、EE'．由题意，得$AE'=AE$，$\angle EAE'=60^\circ$．

∴$\triangle AEE'$是等边三角形．∴$EE'=AE$．

∵四边形$ABCD$是矩形，∴$\angle ADE=90^\circ$．

在Rt$\triangle ADE$中，$AD=90$(厘米)，$DE=30$(厘米)，

∴$AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=\sqrt{90^2+30^2}=30\sqrt{10}$(厘米)．

∴$EE'=30\sqrt{10}$(厘米)．

答：E、E'两点的距离是$30\sqrt{10}$厘米．

23．证明：(1) 联结BC．在$\odot O$中，∵$AB=AC$，∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$．

又∵AD经过圆心O，∴AD垂直平分BC．∴$BD=CD$．

(2) 联结OB．∵$AB^2=AO\cdot AD$，∴$\dfrac{AB}{AO}=\dfrac{AD}{AB}$．

又∵$\angle BAO=\angle DAB$，∴$\triangle ABO\backsim\triangle ADB$．∴$\angle OBA=\angle BDA$．

∵$OA=OB$，∴$\angle OBA=\angle OAB$．

∴$\angle OAB=\angle BDA$．∴$AB=BD$．

又∵$AB=AC$，$BD=CD$，∴$AB=AC=BD=CD$．

∴四边形$ABDC$是菱形．

24．解：(1) 抛物线$y=x^2-2x$的开口向上，顶点A的坐标是$(1,-1)$，

抛物线的变化情况是：抛物线在对称轴左侧的部分是下降的，右侧的部分是上升的．

(2) ①设抛物线$y=x^2-2x$的“不动点”坐标为(t,t)．

则$t=t^2-2t$，解得 $t_1=0$，$t_2=3$．

所以，抛物线$y=x^2-2x$的 “不动点”的坐标是$(0,0)$、$(3,3)$．

②∵新抛物线的顶点B是其“不动点”，∴设点B的坐标为(m,m)．

∴对称轴为直线$x=m$，与x轴的交点为$C(m,0)$．

∵四边形$OABC$是梯形，∴直线$x=m$在y轴左侧．

$\because BC$ 与 OA 不平行．$\therefore OC \parallel AB$．

又$\because$点 A 的坐标为 $(1,-1)$，点 B 的坐标为 (m,m)，$\therefore m=-1$．

$\therefore$新抛物线是由抛物线 $y=x^2-2x$ 向左平移 2 个单位得到的．

$\therefore$新抛物线的表达式是 $y=(x+1)^2-1$．

25． (1) 证明：$\because AE \perp AD$，$\therefore \angle DAE=90°$，$\angle E=90°-\angle ADE$．

$\because AD$ 平分 $\angle BAC$，$\therefore \angle BAD=\dfrac{1}{2}\angle BAC$．同理，$\angle ABD=\dfrac{1}{2}\angle ABC$．

又$\because \angle ADE=\angle BAD+\angle ABD$，$\angle BAC+\angle ABC=180°-\angle C$，

$\therefore \angle ADE=\dfrac{1}{2}(\angle BAC+\angle ABC)=\dfrac{1}{2}(180°-\angle C)$．

$\therefore \angle E=90°-\dfrac{1}{2}(180°-\angle C)=\dfrac{1}{2}\angle C$．

(2) 解：延长 AD 交 BC 于点 F．

$\because AE=AB$，$\therefore \angle ABE=\angle E$．

$\because BE$ 平分 $\angle ABC$，$\therefore \angle ABE=\angle CBE$，$\therefore \angle CBE=\angle E$．

$\therefore AE \parallel BC$．

$\therefore \angle AFB=\angle FAE=90°$，$\dfrac{BF}{AE}=\dfrac{BD}{DE}$．

又$\because BD:DE=2:3$，$\therefore \cos\angle ABC=\dfrac{BF}{AB}=\dfrac{BF}{AE}=\dfrac{2}{3}$．

(3) 解：$\because \triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 相似，且 $\angle DAE=90°$，

$\therefore \triangle ABC$ 中必有一个内角等于 $90°$．

$\because \angle ABC$ 是锐角，$\therefore \angle ABC \neq 90°$．

① 若 $\angle BAC=\angle DAE=90°$，

$\because \angle E=\dfrac{1}{2}\angle C$，$\therefore \angle ABC=\angle E=\dfrac{1}{2}\angle C$．

又$\because \angle ABC+\angle C=90°$，$\therefore \angle ABC=30°$．这时，$\dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=2-\sqrt{3}$．

② 若 $\angle C=\angle DAE=90°$，则 $\angle E=\dfrac{1}{2}\angle C=45°$，$\therefore \angle EDA=45°$．

又$\because \triangle ABC$ 与 $\triangle ADE$ 相似，$\therefore \angle ABC=45°$．这时，$\dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}=2-\sqrt{2}$．

综上所述，$\angle ABC=30°$ 或 $\angle ABC=45°$，$\dfrac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}}$ 的值为 $2-\sqrt{3}$ 或 $2-\sqrt{2}$．

2020年上海市中考数学试卷

一、选择题(共6小题)

1. 下列二次根式中，与$\sqrt{3}$是同类二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{6}$　　B. $\sqrt{9}$　　C. $\sqrt{12}$　　D. $\sqrt{18}$

2. 用换元法解方程$\frac{x+1}{x^2}+\frac{x^2}{x+1}$=2时，若设$\frac{x+1}{x^2}$=$y$，则原方程可化为关于$y$的方程是(　　)

A. $y^2-2y+1=0$　　B. $y^2+2y+1=0$　　C. $y^2+y+2=0$　　D. $y^2+y-2=0$

3. 我们经常将调查、收集得来的数据用各类统计图进行整理与表示．下列统计图中，能凸显由数据所表现出来的部分与整体的关系的是(　　)

A. 条形图　　B. 扇形图

C. 折线图　　D. 频数分布直方图

4. 已知反比例函数的图象经过点(2，－4)，那么这个反比例函数的解析式是(　　)

A. $y=\frac{2}{x}$　　B. $y=-\frac{2}{x}$　　C. $y=\frac{8}{x}$　　D. $y=-\frac{8}{x}$

5. 下列命题中，真命题是(　　)

A. 对角线互相垂直的梯形是等腰梯形

B. 对角线互相垂直的平行四边形是正方形

C. 对角线平分一组对角的平行四边形是菱形

D. 对角线平分一组对角的梯形是直角梯形

6. 如果存在一条线把一个图形分割成两个部分，使其中一个部分沿某个方向平移后能与另一个部分重合，那么我们把这个图形叫做平移重合图形．下列图形中，平移重合图形是(　　)

A. 平行四边形　　B. 等腰梯形　　C. 正六边形　　D. 圆

二、填空题(共12小题)

7. 计算：$2a\cdot 3ab=$________.

8. 已知$f(x)=\frac{2}{x-1}$，那么$f(3)$的值是____.

9. 如果函数$y=kx$（$k\neq 0$）的图象经过第二、四象限，那么y的值随x的值增大而_____.（填“增大”或“减小”）

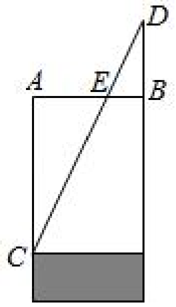
10. 如果关于x的方程$x^2-4x+m=0$有两个相等的实数根，那么m的值是____.

11. 如果从 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10 这 10 个数中任意选取一个数，那么取到的数恰好是 5 的倍数的概率是____.

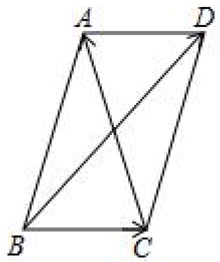
12. 如果将抛物线 $y=x^2$ 向上平移 3 个单位，那么所得新抛物线的表达式是____.

13. 为了解某区六年级 8400 名学生中会游泳的学生人数，随机调查了其中 400 名学生，结果有 150 名学生会游泳，那么估计该区会游泳的六年级学生人数约为____.

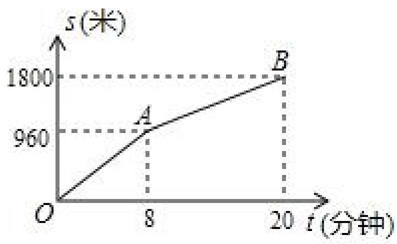
14. 《九章算术》中记载了一种测量井深的方法．如图所示，在井口 B 处立一根垂直于井口的木杆 BD，从木杆的顶端 D 观察井水水岸 C，视线 DC 与井口的直径 AB 交于点 E，如果测得 AB=1.8 米，BD=1 米，BE=0.2 米，那么井深 AC 为____米.



15. 如图，AC、BD 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线，设 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CA}=\vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{BD}$ 用向量 $\vec{a},\vec{b}$ 表示为____.

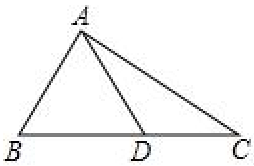


16. 小明从家步行到学校需走的路程为 1800 米．图中的折线 OAB 反映了小明从家步行到学校所走的路程 s(米)与时间 t(分钟)的函数关系，根据图象提供的信息，当小明从家出发去学校步行 15 分钟时，到学校还需步行___米.



17. 如图，在△ABC 中，AB=4，BC=7，∠B=60°，点 D 在边 BC 上，CD=3，联结 AD．如果将△ACD 沿

直线 AD 翻折后，点 C 的对应点为点 E，那么点 E 到直线 BD 的距离为___.



18. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$BC=8$，点 O 在对角线 AC 上，圆 O 的半径为 2，如果圆 O 与矩形 $ABCD$ 的各边都没有公共点，那么线段 AO 长的取值范围是___.

三、解答题(共 7 小题)

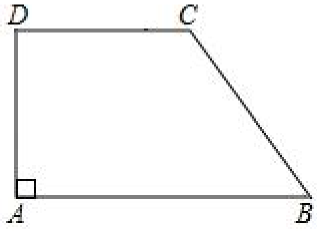
19. 计算：$27^{\frac{1}{3}}+\frac{1}{\sqrt{5}+2}-(\frac{1}{2})^{-2}+|3-\sqrt{5}|$.

20. 解不等式组：$\begin{cases}10x>7x+6\\x-1<\frac{x+7}{3}\end{cases}$

21. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AB//DC$，$\angle DAB=90°$，$AB=8$，$CD=5$，$BC=3\sqrt{5}$.

（1）求梯形 $ABCD$ 的面积；

（2）联结 BD，求$\angle DBC$ 的正切值.



22. 去年某商店“十一黄金周”进行促销活动期间，前六天的总营业额为450万元，第七天的营业额是前六天总营业额的12%．

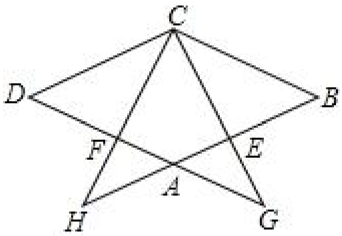
（1）求该商店去年“十一黄金周”这七天的总营业额；

（2）去年，该商店7月份的营业额为350万元，8、9月份营业额的月增长率相同，“十一黄金周”这七天的总营业额与9月份的营业额相等．求该商店去年8、9月份营业额的月增长率．

23. 已知：如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别在边 AB、AD 上，$BE=DF$，CE 的延长线交 DA 的延长线于点 G，CF 的延长线交 BA 的延长线于点 H．

（1）求证：$\triangle BEC \backsim \triangle BCH$；

（2）如果 $BE^2=AB \cdot AE$，求证：$AG=DF$．

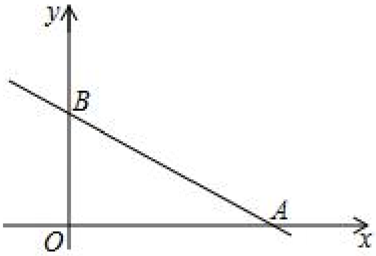


24. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=-\frac{1}{2}x+5$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B(如图)．抛物线 $y=ax^2+bx(a\neq 0)$ 经过点 A．

（1）求线段 AB 的长；

（2）如果抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过线段 AB 上的另一点 C，且 $BC=\sqrt{5}$，求这条抛物线的表达式；

（3）如果抛物线 $y=ax^2+bx$ 的顶点 D 位于 $\triangle AOB$ 内，求 a 的取值范围．

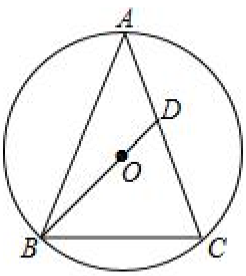


25. 如图，△*ABC* 中，*AB*=*AC*，⊙*O* 是△*ABC* 的外接圆，*BO* 的延长交边 *AC* 于点 *D*.

（1）求证：∠*BAC*=2∠*ABD*；

（2）当△*BCD* 是等腰三角形时，求∠*BCD* 的大小；

（3）当 *AD*=2，*CD*=3 时，求边 *BC* 的长.



2020年上海市中考数学试卷答案解析

一、选择题(共6小题)

1. 下列二次根式中，与$\sqrt{3}$是同类二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{6}$　　　　B. $\sqrt{9}$　　　　C. $\sqrt{12}$　　　　D. $\sqrt{18}$

【1题答案】

【答案】C

【解析】

【分析】先把每个二次根式进行化简，化成最简二次根式，后比较被开方数即可．

【详解】A. $\sqrt{6}$与$\sqrt{3}$的被开方数不相同，故不是同类二次根式；

B. $\sqrt{9}=3$，与$\sqrt{3}$不是同类二次根式；

C. $\sqrt{12}=2\sqrt{3}$，与$\sqrt{3}$被开方数相同，故是同类二次根式；

D. $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$，与$\sqrt{3}$被开方数不同，故不是同类二次根式．

故选：C．

【点睛】本题考查了二次根式的化简，同类二次根式，熟练掌握根式化简的基本方法，灵活运用同类二次根式的定义判断解题是求解的关键．

2. 用换元法解方程$\frac{x+1}{x^2}+\frac{x^2}{x+1}$=2时，若设$\frac{x+1}{x^2}$=$y$，则原方程可化为关于$y$的方程是(　　)

A. $y^2-2y+1=0$　　　　B. $y^2+2y+1=0$　　　　C. $y^2+y+2=0$　　　　D. $y^2+y-2=0$

【2题答案】

【答案】A

【解析】

【分析】方程的两个分式具备倒数关系，设$\frac{x+1}{x^2}$=y，则原方程化为y+$\frac{1}{y}$=2，再转化为整式方程$y^2-2y+1=0$即可求解．

【详解】把$\frac{x+1}{x^2}$=y代入原方程得：$y+\frac{1}{y}$=2，转化为整式方程为$y^2-2y+1=0$．

故选：A．

【点睛】考查了换元法解分式方程，换元法解分式方程时常用方法之一，它能够把一些分式方程化繁为简，化难为易，对此应注意总结能用换元法解的分式方程的特点，寻找解题技巧．

3. 我们经常将调查、收集得来的数据用各类统计图进行整理与表示．下列统计图中，能凸显由数据所表现出来的部分与整体的关系的是(　　)

A. 条形图　　B. 扇形图

C. 折线图　　D. 频数分布直方图

【3 题答案】

【答案】B

【解析】

【分析】根据统计图的特点判定即可．

【详解】解：统计图中，能凸显由数据所表现出来的部分与整体的关系的是扇形图．

故选：B．

【点睛】本题考查了统计图的特点，条件统计图能反映各部分的具体数值，扇形统计图能反映各个部分占总体的百分比，折线统计图能反映样本或总体的趋势，频数分布直方图能反映样本或总体的分布情况，熟练掌握各统计图的特点是解题的关键．

4. 已知反比例函数的图象经过点(2，－4)，那么这个反比例函数的解析式是(　　)

A. $y=\frac{2}{x}$　　B. $y=-\frac{2}{x}$　　C. $y=\frac{8}{x}$　　D. $y=-\frac{8}{x}$

【4 题答案】

【答案】D

【解析】

【分析】设解析式 $y=\frac{k}{x}$，代入点(2,-4)求出 k 即可．

【详解】解：设反比例函数解析式为 $y=\frac{k}{x}$，

将(2，−4)代入，得：$-4=\frac{k}{2}$，

解得：$k=-8$，

所以这个反比例函数解析式为 $y=-\frac{8}{x}$．

故选：D．

【点睛】本题主要考查待定系数法求反比例函数解析式，求反比例函数解析式只需要知道其图像上一点的坐标即可．

5. 下列命题中，真命题是(　　)

A. 对角线互相垂直的梯形是等腰梯形

B. 对角线互相垂直的平行四边形是正方形

C. 对角线平分一组对角的平行四边形是菱形

D. 对角线平分一组对角的梯形是直角梯形

【5题答案】

【答案】C

【解析】

【分析】利用特殊四边形的判定定理对每个选项逐一判断后即可确定正确的选项．

【详解】A．对角线互相垂直且相等的梯形是等腰梯形，故错误；

B．对角线相等且互相垂直的平行四边形是正方形，故错误；

C．对角线平分一组对角的平行四边形是菱形，正确；

D．对角线平分一组对角的梯形是菱形，故错误．

故选：C．

【点睛】本题考查了命题与定理的知识，解题的关键是了解特殊四边形的判定定理，难度不大．

6. 如果存在一条线把一个图形分割成两个部分，使其中一个部分沿某个方向平移后能与另一个部分重合，那么我们把这个图形叫做平移重合图形．下列图形中，平移重合图形是(　　)

A. 平行四边形　　B. 等腰梯形　　C. 正六边形　　D. 圆

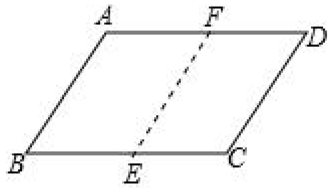
【6题答案】

【答案】A

【解析】

【分析】证明平行四边形是平移重合图形即可．

【详解】如图，平行四边形 $ABCD$ 中，取 BC，AD 的中点 E，F，连接 EF．



则有：AF=FD，BE=EC，AB=EF=CD，

∴四边形 $ABEF$ 向右平移可以与四边形 $EFCD$ 重合，

∴平行四边形 $ABCD$ 是平移重合图形．

故选：A．

【点睛】本题考查平移的性质，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题．

二、填空题(共 12 小题)

7．计算：$2a \bullet 3ab =$________．

【7 题答案】

【答案】$6a^2b$．

【解析】

【分析】利用单项式乘单项式的法则进行计算即可．

【详解】解：$2a \bullet 3ab = 6a^2b$

故填：$6a^2b$．

【点睛】单项式相乘，把它们的系数、相同字母分别相乘，对于只在一个单项式里含有的字母，则连同它的指数作为积的一个因式．

8．已知 $f(x)=\dfrac{2}{x-1}$，那么 $f(3)$的值是_____．

【8 题答案】

【答案】1．

【解析】

【分析】根据 $f(x)=\dfrac{2}{x-1}$，将 $x=3$ 代入即可求解．

【详解】解：由题意得：$f(x)=\dfrac{2}{x-1}$，

∴将 $x=3$ 代替表达式中的 x，

∴$f(3)=\dfrac{2}{3-1}=1$．

故答案为：1．

【点睛】本题考查函数值的求法，解答本题的关键是明确题意，利用题目中新定义解答．

9．如果函数 $y=kx$（$k\neq 0$）的图象经过第二、四象限，那么 y 的值随 x 的值增大而_____．（填“增大”或“减小”）

【9 题答案】

【答案】减小

【解析】

【分析】根据正比例函数的性质进行解答即可．

【详解】解：函数 $y=kx$（$k\neq 0$）的图象经过第二、四象限，那么 y 的值随 x 的值增大而减小，

故答案为：减小．

【点睛】此题考查的是判断正比例函数的增减性，掌握正比例函数的性质是解决此题的关键．

10. 如果关于 x 的方程 $x^2-4x+m=0$ 有两个相等的实数根，那么 m 的值是____．

【10 题答案】

【答案】4．

【解析】

【分析】一元二次方程有两个相等的实根，即根的判别式 $\Delta=b^2-4ac=0$，即可求 m 值．

【详解】依题意．

∵方程 $x^2-4x+m=0$ 有两个相等的实数根，

∴ $\triangle=b^2-4ac=(-4)^2-4m=0$，

解得：$m=4$．

故答案为：4．

【点睛】此题主要考查的是一元二次方程的根判别式，当 $\Delta=b^2-4ac=0$ 时，方程有两个相等的实根，当 $\Delta=b^2-4ac>0$ 时，方程有两个不相等的实根，当 $\Delta=b^2-4ac<0$ 时，方程无实数根．

11. 如果从 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10 这 10 个数中任意选取一个数，那么取到的数恰好是 5 的倍数的概率是____．

【11 题答案】

【答案】$\frac{1}{5}$．

【解析】

【分析】从 1 到 10 这 10 个整数中任意选取一个数，找出是 5 的倍数的个数，再根据概率公式求解即可．

【详解】解：∵从 1，2，3，4，5，6，7，8，9，10 这 10 个数中任意选取一个数，是 5 的倍数的有：5，10，∴取到的数恰好是 5 的倍数的概率是 $\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$．

故答案为：$\frac{1}{5}$．

【点睛】此题主要考查了概率公式，熟记事件 A 的概率公式：P(A)=事件 A 可能出现的结果数÷所有可能出现的结果数．

12. 如果将抛物线 $y=x^2$ 向上平移 3 个单位，那么所得新抛物线的表达式是____．

【12 题答案】

【答案】$y=x^2+3$．

【解析】

【分析】直接根据抛物线向上平移的规律求解.

【详解】抛物线 $y=x^2$ 向上平移 3 个单位得到 $y=x^2+3$.

故答案为：$y=x^2+3$.

【点睛】本题考查了二次函数图象与几何变换：由于抛物线平移后的形状不变，故 a 不变，所以求平移后的抛物线解析式通常可利用两种方法：一是求出原抛物线上任意两点平移后的坐标，利用待定系数法求出解析式；二是只考虑平移后的顶点坐标，即可求出解析式.

13. 为了解某区六年级 8400 名学生中会游泳的学生人数，随机调查了其中 400 名学生，结果有 150 名学生会游泳，那么估计该区会游泳的六年级学生人数约为____.

【13 题答案】

【答案】3150 名.

【解析】

【分析】用样本中会游泳的学生人数所占的比例乘总人数即可得出答案.

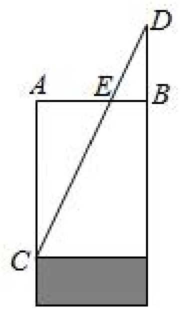
【详解】解：由题意可知，150 名学生占总人数的百分比为：$\frac{150}{400}=\frac{3}{8}$，

∴估计该区会游泳的六年级学生人数约为 $8400\times\frac{3}{8}=3150$(名)．

故答案为：3150 名.

【点睛】本题主要考查样本估计总体，熟练掌握样本估计总体的思想及计算方法是解题的关键.

14. 《九章算术》中记载了一种测量井深的方法．如图所示，在井口 B 处立一根垂直于井口的木杆 BD，从木杆的顶端 D 观察井水水岸 C，视线 DC 与井口的直径 AB 交于点 E，如果测得 AB=1.8 米，BD=1 米，BE=0.2 米，那么井深 AC 为____米.



【14 题答案】

【答案】8 米.

【解析】

【分析】根据相似三角形的判定和性质定理即可得到结论.

【详解】解：∵$BD\perp AB$，$AC\perp AB$，

∴$BD//AC$，

∴$\triangle ACE\backsim\triangle DBE$，

∴ $\frac{AC}{BD}=\frac{AE}{BE}$，

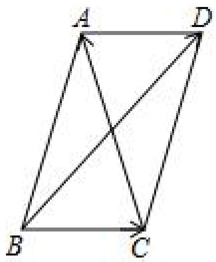
∴ $\frac{AC}{1}=\frac{1.6}{0.2}$，

∴AC=8(米)，

故答案为：8(米)．

【点睛】本题考查了相似三角形的应用，正确的识别图形，掌握相似三角形的判定及性质是解决此类题的关键．

15. 如图，AC、BD 是平行四边形 $ABCD$ 的对角线，设 $\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，$\overrightarrow{CA}=\vec{b}$，那么向量 $\overrightarrow{BD}$ 用向量 $\vec{a},\vec{b}$ 表示为____．



【15 题答案】

【答案】$2\vec{a}+\vec{b}$．

【解析】

【分析】利用平行四边形的性质，三角形法则求解即可．

【详解】解：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD=BC$，$AD//BC$，$AB=CD$，$AB//CD$，

∴ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BC}=\vec{a}$，

∵ $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{AD}=\vec{b}+\vec{a}$，

∴ $\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{CD}=\vec{b}+\vec{a}$，

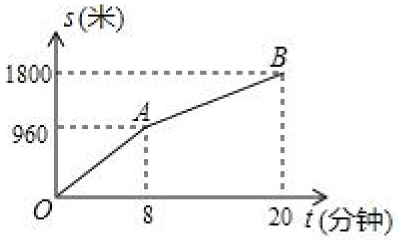
∵ $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}$，

∴ $\overrightarrow{BD}=\vec{b}+\vec{a}+\vec{a}=2\vec{a}+\vec{b}$．

故答案为：$2\vec{a}+\vec{b}$．

【点睛】本题考查平行四边形的性质，三角形法则等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

16. 小明从家步行到学校需走的路程为 1800 米．图中的折线 OAB 反映了小明从家步行到学校所走的路程 s(米)与时间 t(分钟)的函数关系，根据图象提供的信息，当小明从家出发去学校步行 15 分钟时，到学校还需步行____米．



【16 题答案】

【答案】350．

【解析】

【分析】当 8≤t≤20 时，设 s=kt+b，将（8，960）、（20，1800）代入求得 s=70t+400，求出 t=15 时 s 的值，从而得出答案．

【详解】解：当 $8\leqslant t\leqslant 20$ 时，设 s=kt+b，

将(8，960)、(20，1800)代入，得：

$$\begin{cases}8k+b=960\\20k+b=1800\end{cases},$$

解得：$\begin{cases}k=70\\b=400\end{cases}$，

∴s=70t+400；

当 t=15 时，s=1450，

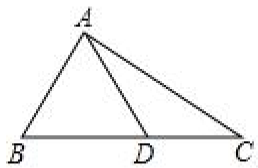
1800﹣1450=350，

∴当小明从家出发去学校步行 15 分钟时，到学校还需步行 350 米．

故答案为：350．

【点睛】本题主要考查一次函数的应用，解题的关键是理解题意，从实际问题中抽象出一次函数的模型，并熟练掌握待定系数法求一次函数的解析式．

17. 如图，在△ABC 中，AB=4，BC=7，∠B=60°，点 D 在边 BC 上，CD=3，联结 AD．如果将△ACD 沿直线 AD 翻折后，点 C 的对应点为点 E，那么点 E 到直线 BD 的距离为____．



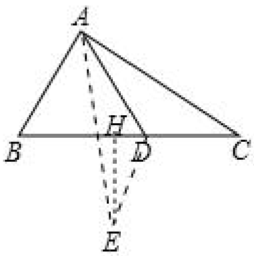
【17 题答案】

【答案】$\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

【解析】

【分析】过 E 点作 EH⊥BC 于 H，证明△ABD 是等边三角形，进而求得∠ADC=120°，再由折叠得到∠ADE=∠ADC=120°，进而求出∠HDE=60°，最后在 Rt△HED 中使用三角函数即可求出 HE 的长.

【详解】解：如图，过点 E 作 $EH\perp BC$ 于 H，



∵$BC=7$，$CD=3$，

∴$BD=BC-CD=4$，

∵$AB=4=BD$，$\angle B=60°$，

∴△ABD 是等边三角形，

∴$\angle ADB=60°$，

∴$\angle ADC=\angle ADE=120°$，

∴$\angle EDH=60°$，

∵$EH\perp BC$，∴$\angle EHD=90°$.

∵$DE=DC=3$，

∴$EH=DE\times\sin\angle \mathrm{HDE}=3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

∴E 到直线 BD 的距离为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

故答案为：$\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

【点睛】本题考查了折叠问题，解直角三角形，点到直线的距离，本题的关键点是能求出∠ADE=∠ADC=120°，另外需要重点掌握折叠问题的特点：折叠前后对应的边相等，对应的角相等.

18. 在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$BC=8$，点 O 在对角线 AC 上，圆 O 的半径为 2，如果圆 O 与矩形 $ABCD$ 的各边都没有公共点，那么线段 AO 长的取值范围是____.

【18 题答案】

【答案】$\frac{10}{3}<AO<\frac{20}{3}$.

【解析】

【分析】根据勾股定理得到 AC=10，如图 1，设⊙O 与 AD 边相切于 E，连接 OE，证明△AOE∽△ACD 即可求出与 AD 相切时的 AO 值；如图 2，设⊙O 与 BC 边相切于 F，连接 OF，证明△COF∽△CAB 即可求出 BC 相切时的 AO 值，最后即可得到结论.

【详解】解：在矩形 $ABCD$ 中，∵∠D=90°，AB=6，BC=8，∴AC=10，

如图 1，设⊙O 与 AD 边相切于 E，连接 OE，

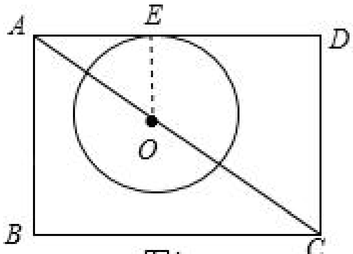


图1

则 $OE\perp AD$，∴$OE//CD$，

∴△AOE∽△ACD，

∴$\frac{OE}{CD}=\frac{AO}{AC}$，

∴$\frac{AO}{10}=\frac{2}{6}$，

∴$AO=\frac{10}{3}$；

如图 2，设⊙O 与 BC 边相切于 F，连接 OF，

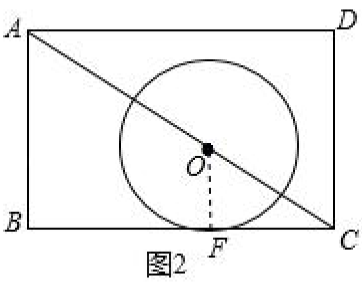


图2

则 $OF\perp BC$，∴$OF//AB$，

∴△COF∽△CAB，

∴$\frac{OC}{AC}=\frac{OF}{AB}$，

∴$\frac{OC}{10}=\frac{2}{6}$，

∴$OC=\frac{10}{3}$，

∴$AO=\frac{20}{3}$，

∴如果圆 O 与矩形 $ABCD$ 的各边都没有公共点，那么线段 AO 长的取值范围是 $\frac{10}{3}<AO<\frac{20}{3}$.

故答案为：$\frac{10}{3}<AO<\frac{20}{3}$.

【点睛】本题考查了直线与圆的位置关系，矩形的性质，相似三角形的判定和性质，正确的作出图形是解题的关键.

三、解答题(共 7 小题)

19. 计算：$27^{\frac{1}{3}}+\frac{1}{\sqrt{5}+2}-(\frac{1}{2})^{-2}+|3-\sqrt{5}|$.

【19 题答案】

【答案】0.

【解析】

【分析】利用分数的指数幂的意义，分母有理化，负指数幂的意义，绝对值的性质计算后合并即可.

【详解】原式$=(3^3)^{\frac{1}{3}}+\sqrt{5}-2-4+3-\sqrt{5}$

$=3+\sqrt{5}-2-4+3-\sqrt{5}$

$=0$.

【点睛】本题考查了分数指数幂的运算，负指数幂的运算，绝对值的意义以及分母有理化运算，熟练掌握实数的运算法则是解题的关键.

20. 解不等式组：$\begin{cases}10x>7x+6\\ x-1<\frac{x+7}{3}\end{cases}$

【20 题答案】

【答案】$2<x<5$.

【解析】

【分析】先求出不等式组中每一个不等式的解集，再求出它们的公共部分即可求解.

【详解】解：由题意知：$\begin{cases}10x>7x+6\cdots①\\ x-1<\frac{x+7}{3}\cdots②\end{cases}$，

解不等式①，移项得：$3x>6$，

系数化为 1 得：$x>2$，

解不等式②，去分母得：$3x-3<x+7$.

移项得：$2x<10$，

系数化为 1 得：$x<5$，

∴原不等式组的解集是 $2<x<5$.

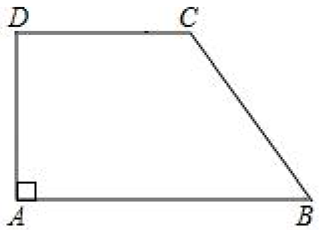
故答案为：$2<x<5$.

【点睛】本题考查解一元一次不等式组，解集的规律：同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到.

21. 如图，在直角梯形 $ABCD$ 中，$AB//DC$，$\angle DAB=90^\circ$，$AB=8$，$CD=5$，$BC=3\sqrt{5}$.

（1）求梯形 $ABCD$ 的面积；

（2）联结 BD，求$\angle DBC$ 的正切值.



【21 题答案】

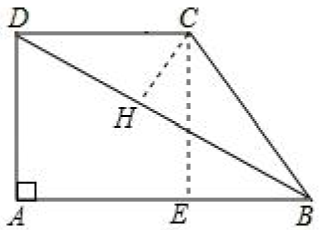
【答案】（1）39；（2）$\frac{1}{2}$.

【解析】

【分析】(1)过 C 作 CE⊥AB 于 E，推出四边形 ADCE 是矩形，得到 AD=CE，AE=CD=5，根据勾股定理得到 $CE=\sqrt{BC^2-BE^2}=6$，即可求出梯形的面积；

(2) 过 C 作 CH⊥BD 于 H，根据相似三角形的性质得到 $\frac{CH}{AD}=\frac{CD}{BD}$，根据勾股定理得到 $BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=10$，$BH=\sqrt{BC^2-CH^2}=6$ 即可求解.

【详解】解：(1)过 C 作 $CE\perp AB$ 于 E，如下图所示：



∵$AB // DC$，$\angle DAB=90°$，∴$\angle D=90°$，

∴$\angle A=\angle D=\angle AEC=90°$，

∴四边形 $ADCE$ 是矩形，

∴$AD=CE$，$AE=CD=5$，

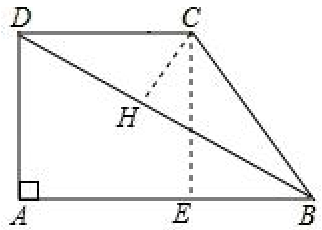
∴$BE=AB-AE=3$．

∵$BC=3\sqrt{5}$，∴$CE=\sqrt{BC^2-BE^2}=6$，

∴梯形 $ABCD$ 的面积$=\frac{1}{2}\times(5+8)\times6=39$，

故答案为：39．

(2)过 C 作 $CH\perp BD$ 于 H，如下图所示：



∵$CD\parallel AB$，∴$\angle CDB=\angle ABD$．

∵$\angle CHD=\angle A=90°$，

∴$\triangle CDH\backsim\triangle DBA$，∴$\frac{CH}{AD}=\frac{CD}{BD}$，

∵$BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\sqrt{8^2+6^2}=10$，

∴$\frac{CH}{6}=\frac{5}{10}$，∴$CH=3$，

∴$BH=\sqrt{BC^2-CH^2}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-3^2}=6$，

∴$\angle DBC$的正切值$=\frac{CH}{BH}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$．

故答案为：$\frac{1}{2}$．

【点睛】本题考查了直角梯形，解直角三角形，相似三角形的判定和性质，矩形的判定和性质，正确的作出辅助线是解题的关键．

22. 去年某商店“十一黄金周”进行促销活动期间，前六天的总营业额为 450 万元，第七天的营业额是前六天总营业额的 12%．

（1）求该商店去年“十一黄金周”这七天的总营业额；

（2）去年，该商店 7 月份的营业额为 350 万元，8、9 月份营业额的月增长率相同，“十一黄金周”这七天的总营业额与 9 月份的营业额相等．求该商店去年 8、9 月份营业额的月增长率．

【22 题答案】

【答案】（1）504 万元；（2）20%.

【解析】

【分析】(1)根据“前六天的总营业额为 450 万元，第七天的营业额是前六天总营业额的 12%”即可求解；

(2)设去年 8、9 月份营业额的月增长率为 x，则十一黄金周的月营业额为 $350(1+x)^2$，根据“十一黄金周这七天的总营业额与 9 月份的营业额相等”即可列方程求解.

【详解】解：(1)第七天的营业额是 450×12%=54(万元)，

故这七天的总营业额是 450+450×12%=504(万元).

答：该商店去年“十一黄金周”这七天的总营业额为 504 万元.

(2)设该商店去年 8、9 月份营业额的月增长率为 x，

依题意，得：$350(1+x)^2=504$，

解得：$x_1=0.2=20\%$，$x_2=-2.2$(不合题意，舍去).

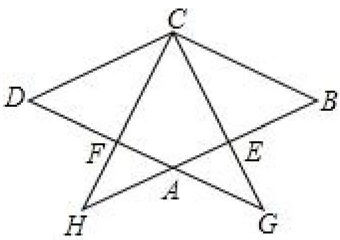
答：该商店去年 8、9 月份营业额的月增长率为 20%.

【点睛】本题考查了一元二次方程的增长率问题，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键.

23. 已知：如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E、F 分别在边 AB、AD 上，$BE=DF$，CE 的延长线交 DA 的延长线于点 G，CF 的延长线交 BA 的延长线于点 H.

（1）求证：$\triangle BEC\backsim\triangle BCH$；

（2）如果 $BE^2=AB\bullet AE$，求证：$AG=DF$.



【23 题答案】

【答案】（1）证明见解析；（2）证明见解析.

【解析】

【分析】(1)先证明$\triangle CDF\cong\triangle CBE$，进而得到$\angle DCF=\angle BCE$，再由菱形对边 $CD\parallel BH$，得到$\angle H=\angle DCF$，进而$\angle BCE=\angle H$ 即可求解.

(2) 由 $BE^2=AB\bullet AE$，得到$\dfrac{BE}{AB}=\dfrac{AE}{EB}$，再利用 $AG\parallel BC$，平行线分线段成比例定理得到

$\dfrac{BE}{AB}=\dfrac{AG}{BC}$，再结合已知条件即可求解.

【详解】解：(1)∵四边形 $ABCD$ 是菱形，

∴$CD=CB$，$\angle D=\angle B$，$CD\parallel AB$．

∵$DF=BE$，

∴$\triangle CDF\cong\triangle CBE$(SAS)，

∴$\angle DCF=\angle BCE$．

∵$CD\parallel BH$，

∴$\angle H=\angle DCF$，

∴$\angle BCE=\angle H$．且$\angle B=\angle B$，

∴$\triangle BEC\backsim\triangle BCH$．

(2)∵$BE^2=AB\cdot AE$，

∴$\frac{BE}{AB}=\frac{AE}{EB}$，

∵$AG\parallel BC$，

∴$\frac{AE}{BE}=\frac{AG}{BC}$，

∴$\frac{BE}{AB}=\frac{AG}{BC}$，

∵$DF=BE$，$BC=AB$，

∴$BE=AG=DF$，

即 $AG=DF$．

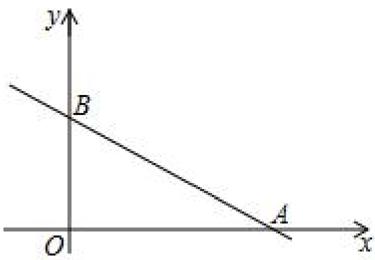
【点睛】本题考查相似三角形的判定和性质，全等三角形的判定和性质，平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是熟练掌握基本知识，属于中考常考题型．

24. 在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=-\frac{1}{2}x+5$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A、B(如图)．抛物线 $y=ax^2+bx(a\neq0)$经过点 A．

（1）求线段 AB 的长；

（2）如果抛物线 $y=ax^2+bx$ 经过线段 AB 上的另一点 C，且 $BC=\sqrt{5}$，求这条抛物线的表达式；

（3）如果抛物线 $y=ax^2+bx$ 的顶点 D 位于$\triangle AOB$ 内，求 a 的取值范围．



【24 题答案】

【答案】（1）$5\sqrt{5}$；（2）$y=-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{5}{2}x$；（3）$-\dfrac{1}{10}<a<0$.

【解析】

【分析】（1）先求出 A，B 坐标，即可得出结论；

（2）设点 C（m，$-\dfrac{1}{2}$m+5），则 BC=$\dfrac{\sqrt{5}}{2}$|m，进而求出点 C（2，4），最后将点 A，C 代入抛物线解析式中，即可得出结论；

（3）将点 A 坐标代入抛物线解析式中得出 b=-10a，代入抛物线解析式中得出顶点 D 坐标为（5，-25a），即可得出结论.

【详解】（1）针对于直线 $y=-\dfrac{1}{2}x+5$，

令 $x=0$，$y=5$，

∴$B(0，5)$，

令 $y=0$，则 $-\dfrac{1}{2}x+5=0$，

∴$x=10$，

∴$A(10，0)$，

∴$AB=\sqrt{5^2+10^2}=5\sqrt{5}$；

（2）设点 $C(m，-\dfrac{1}{2}m+5)$.

∵$B(0，5)$，

∴$BC=\sqrt{m^2+(-\dfrac{1}{2}m+5-5)^2}=\dfrac{\sqrt{5}}{2}|m|$.

∵$BC=\sqrt{5}$，

∴$\dfrac{\sqrt{5}}{2}|m|=\sqrt{5}$，

∴$m=\pm2$.

∵点 C 在线段 AB 上，

∴$m=2$，

∴$C(2，4)$，

将点 $A(10，0)$，$C(2，4)$代入抛物线 $y=ax^2+bx(a\neq0)$中，得 $\begin{cases}100a+10b=0\\4a+2b=4\end{cases}$，

$\therefore \begin{cases} a=-\dfrac{1}{4} \\ b=\dfrac{5}{2} \end{cases}$，

∴抛物线 $y=-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{5}{2}x$；

（3）∵点 $A(10，0)$ 在抛物线 $y=ax^2+bx$ 中，得 $100a+10b=0$，

∴$b=-10a$，

∴抛物线的解析式为 $y=ax^2-10ax=a(x-5)^2-25a$，

∴抛物线的顶点 D 坐标为 $(5，-25a)$，

将 $x=5$ 代入 $y=-\dfrac{1}{2}x+5$ 中，得 $y=-\dfrac{1}{2}\times5+5=\dfrac{5}{2}$，

∵顶点 D 位于△AOB 内，

∴$0<-25a<\dfrac{5}{2}$，

∴$-\dfrac{1}{10}<a<0$.

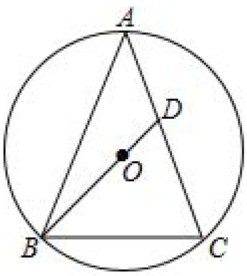
【点睛】此题是二次函数综合题，主要考查了待定系数法，两点间的距离公式，抛物线的顶点坐标的求法，求出点 D 的坐标是解本题的关键.

25. 如图，△ABC 中，$AB=AC$，⊙O 是△ABC 的外接圆，BO 的延长交边 AC 于点 D.

（1）求证：$\angle BAC=2\angle ABD$；

（2）当△BCD 是等腰三角形时，求$\angle BCD$ 的大小；

（3）当 $AD=2$，$CD=3$ 时，求边 BC 的长.



【25 题答案】

【答案】（1）证明见解析；（2）$\angle BCD$ 的值为 67.5° 或 72°；（3）$\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

【解析】

【分析】(1)连接 OA．利用垂径定理以及等腰三角形的性质解决问题即可.

(2)分三种情形：①若 BD=CB，则∠C=∠BDC=∠ABD+∠BAC=3∠ABD．②若 CD=CB，则

∠CBD=∠CDB=3∠ABD．③若 DB=DC，则 D 与 A 重合，这种情形不存在．分别利用三角形内角和定理构建方程求解即可．

(3) 如图 3 中，作 AE∥BC 交 BD 的延长线于 E．则 $\frac{AE}{BC}=\frac{AD}{DC}=\frac{2}{3}$，进而得到

$\frac{AO}{OH}=\frac{AE}{BH}=\frac{3}{4}$，设 OB=OA=4a，OH=3a，根据 $BH^2=AB^2-AH^2=OB2-OH^2$，构建方程求出 a 即可解决问题．

【详解】解：(1)连接 OA，如下图 1 所示：

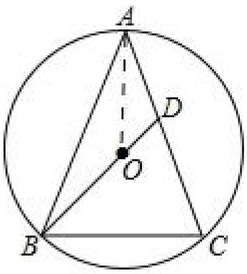


图1

∵$AB=AC$，

∴ $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AC}$，

∴$OA\perp BC$，

∴$\angle BAO=\angle CAO$．

∵$OA=OB$，

∴$\angle ABD=\angle BAO$，

∴$\angle BAC=2\angle ABD$．

(2)如图 2 中，延长 AO 交 BC 于 H．

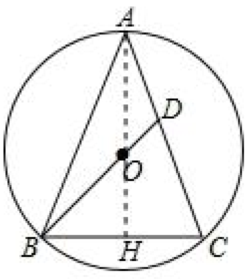


图2

①若 $BD=CB$，则$\angle C=\angle BDC=\angle ABD+\angle BAC=3\angle ABD$．

∵$AB=AC$，

∴$\angle ABC=\angle C$，

∴$\angle DBC=2\angle ABD$．

∵$\angle DBC+\angle C+\angle BDC=180°$，

∴8∠ABD=180°，

∴∠C=3∠ABD=67.5°.

②若 CD=CB，则∠CBD=∠CDB=3∠ABD，∴∠C=4∠ABD.

∵∠DBC+∠C+∠CDB=180°，

∴10∠ABD=180°，

∴∠BCD=4∠ABD=72°.

③若 DB=DC，则 D 与 A 重合，这种情形不存在.

综上所述：∠C 的值为 67.5°或 72°.

(3)如图 3 中，过 A 点作 $AE\parallel BC$ 交 BD 的延长线于 E.

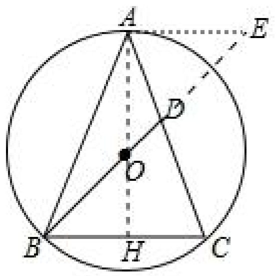


图3

则 $\dfrac{AE}{BC}=\dfrac{AD}{DC}=\dfrac{2}{3}$，且 BC=2BH，

∴$\dfrac{AO}{OH}=\dfrac{AE}{BH}=\dfrac{4}{3}$，

设 OB=OA=4a，OH=3a.

则在 Rt△ABH 和 Rt△OBH 中，

∵$BH^2=AB^2-AH^2=OB^2-OH^2$，

∴$25-49a^2=16a^2-9a^2$，

∴$a^2=\dfrac{25}{56}$，

∴$BH=\dfrac{5\sqrt{2}}{4}$，

∴$BC=2BH=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

故答案为：$\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$.

【点睛】本题属于圆的综合题，考查了垂径定理，等腰三角形的性质，勾股定理解直角三角形，平行线分线段成比例定理等知识，解题的关键是学会添加常用辅助线，构造平行线解决问题，学会利用参数构建方程解决问题，属于中考常考题型.

学校：________ 姓名：________ 班级：________ 考号：________

上海市2021年中考数学真题

试卷副标题

考试范围：xxx；考试时间：100分钟；命题人：xxx

题号	一	二	三	总分
得分				

注意事项：

1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息

2．请将答案正确填写在答题卡上

第I卷（选择题）

请点击修改第I卷的文字说明

评卷人	得分

一、单选题

1．下列实数中，有理数是（　　）

A．$\sqrt{\frac{1}{2}}$　　B．$\sqrt{\frac{1}{3}}$　　C．$\sqrt{\frac{1}{4}}$　　D．$\sqrt{\frac{1}{5}}$

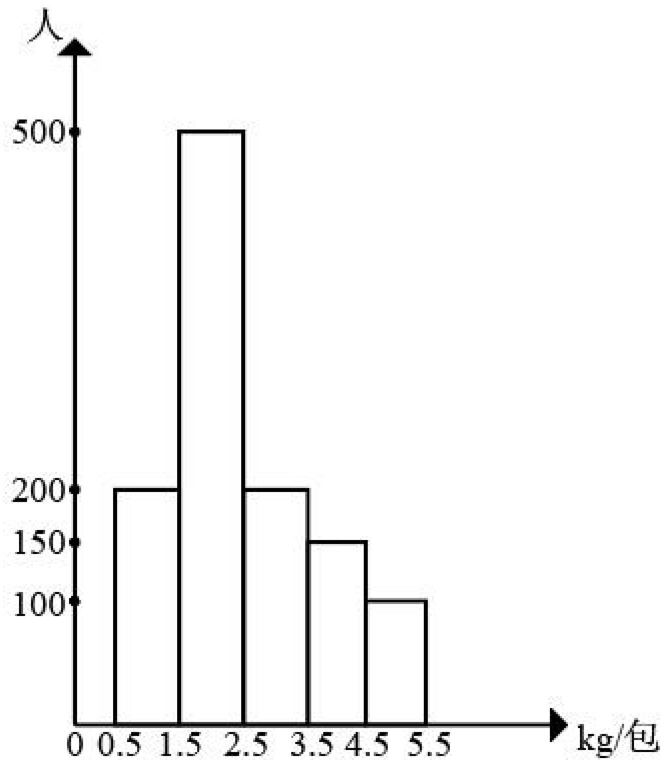
2．下列单项式中，a^2b^3的同类项是（　　）

A．a^3b^2　　B．$2a^2b^3$　　C．a^2b　　D．ab^3

3．将抛物线$y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$向下平移两个单位，以下说法错误的是（　　）

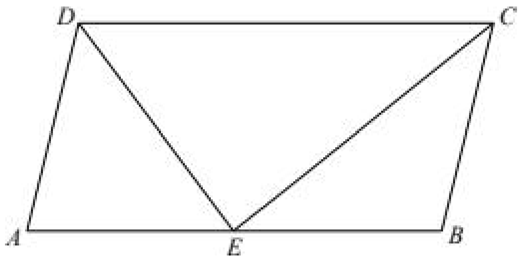
A．开口方向不变　　B．对称轴不变　　C．y随x的变化情况不变　　D．与y轴的交点不变

4．商店准备一种包装袋来包装大米，经市场调查以后，做出如下统计图，请问选择什么样的包装最合适（　　）



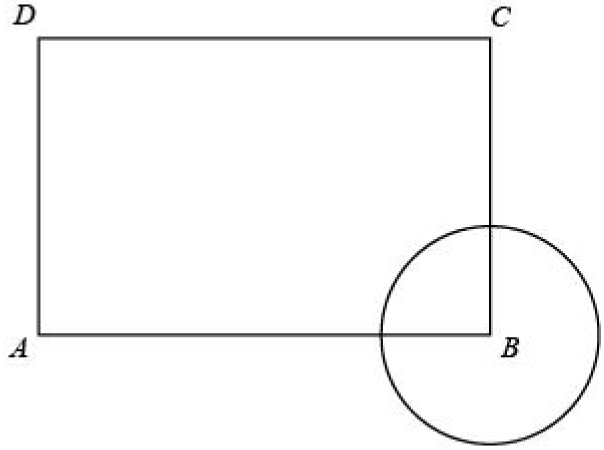
A．2kg/包　　B．3kg/包　　C．4kg/包　　D．5kg/包

5. 如图，已知平行四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b}$，$E$ 为 AB 中点，求 $\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}=$（　　）



A．$\overrightarrow{EC}$　　B．$\overrightarrow{CE}$　　C．$\overrightarrow{ED}$　　D．$\overrightarrow{DE}$

6．如图，已知长方形 $ABCD$ 中，$AB=4, AD=3$，圆 B 的半径为 1，圆 A 与圆 B 内切，则点 C,D 与圆 A 的位置关系是（　　）



A．点 C 在圆 A 外，点 D 在圆 A 内　　B．点 C 在圆 A 外，点 D 在圆 A 外

C．点 C 在圆 A 上，点 D 在圆 A 内　　D．点 C 在圆 A 内，点 D 在圆 A 外

第 II 卷（非选择题）

请点击修改第 II 卷的文字说明

评卷人	得分

二、填空题

7．计算：$x^7 \div x^2 =$__________.

8．已知 $f(x)=\dfrac{6}{x}$，那么 $f(\sqrt{3})=$__________.

9．已知 $\sqrt{x+4}=3$，则 $x=$__________.

10．不等式 $2x-12<0$ 的解集是_______.

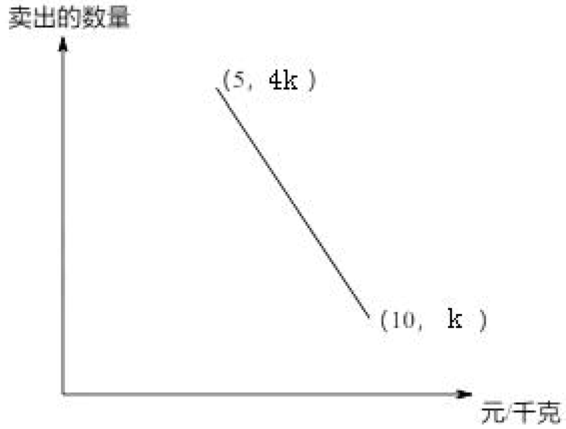
11． 70° 的余角是__________.

12．若一元二次方程 $2x^2-3x+c=0$ 无解，则 c 的取值范围为_________.

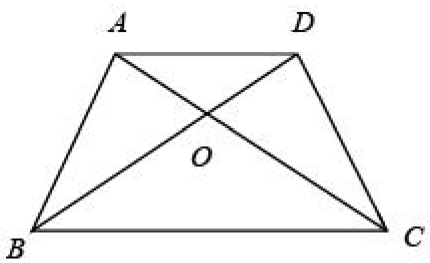
13. 有数据 $1,2,3,5,8,13,21,34$，从这些数据中取一个数据，得到偶数的概率为__________.

14．已知函数 $y=kx$ 经过二、四象限，且函数不经过 $(-1,1)$，请写出一个符合条件的函数解析式_________.

15．某人购进一批苹果到集贸市场零售，已知卖出的苹果数量与售价之间的关系如图所示，成本为 5 元/千克，现以 8 元/千克卖出，赚___________元.

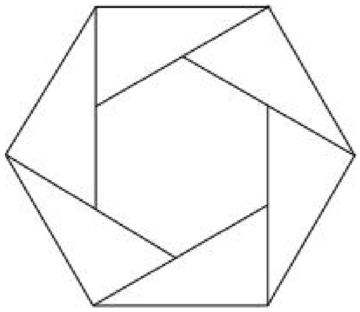


16．如图，已知 $\dfrac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}}=\dfrac{1}{2}$，则 $\dfrac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle BCD}}=$_________.

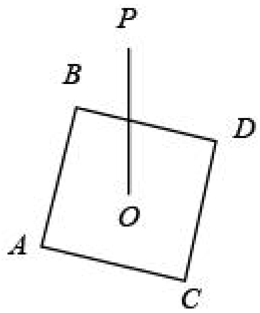


17．六个带 30° 角的直角三角板拼成一个正六边形，直角三角板的最短边为 1，求中间

正六边形的面积_________.



18．定义：在平面内，一个点到图形的距离是这个点到这个图上所有点的最短距离，在平面内有一个正方形，边长为2，中心为O，在正方形外有一点$P, OP=2$，当正方形绕着点O旋转时，则点P到正方形的最短距离d的取值范围为_________.



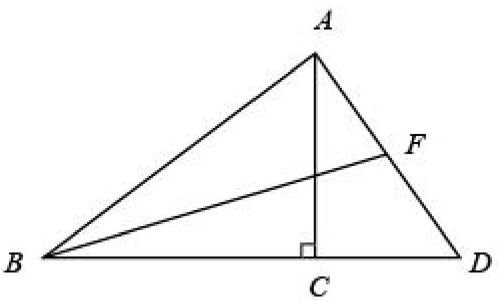
评卷人	得分

三、解答题

19．计算：$9^{\frac{1}{2}}+|1-\sqrt{2}|-2^{-1}\times\sqrt{8}$

20．解方程组：$\begin{cases}x+y=3\\x^2-4y^2=0\end{cases}$

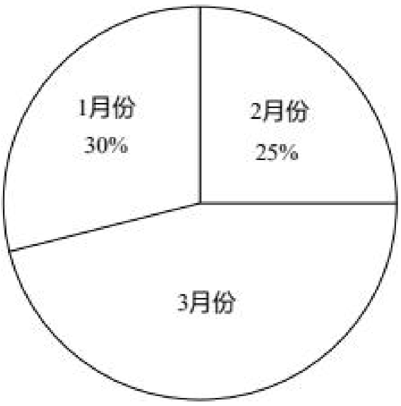
21．已知在$\triangle ABD$中，$AC\perp BD, BC=8, CD=4$，$\cos\angle ABC=\dfrac{4}{5}$，$BF$为$AD$边上的中线.



（1）求AC的长；

（2）求$\tan\angle FBD$的值.

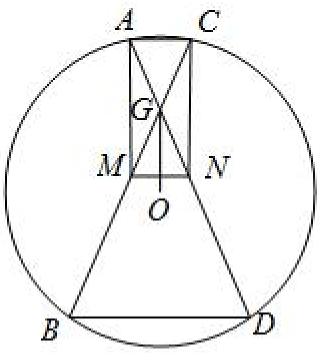
22．现在5G手机非常流行，某公司第一季度总共生产80万部5G手机，三个月生产情况如下图.



（1）求三月份共生产了多少部手机?

（2）5G手机速度很快，比4G下载速度每秒多95MB，下载一部1000MB的电影，5G比4G要快190秒，求5G手机的下载速度.

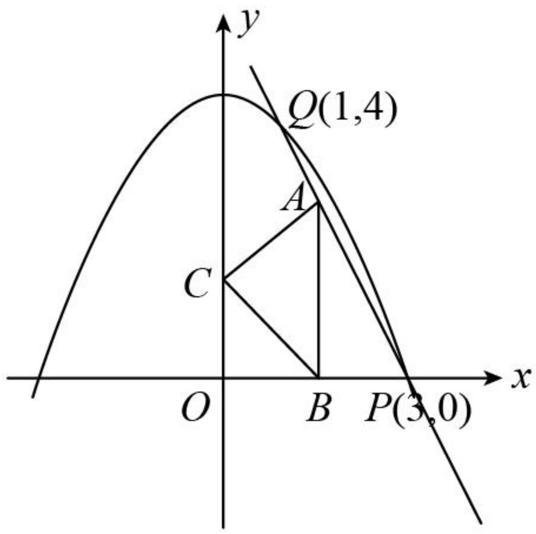
23．已知：在圆O内，弦AD与弦BC交于点$G, AD=CB, M, N$分别是CB和AD的中点，联结MN, OG.



（1）求证：$OG\perp MN$；

（2）联结AC, AM, CN，当$CN//OG$时，求证：四边形$ACNM$为矩形.

24．已知抛物线$y=ax^2+c(a\neq 0)$过点$P(3,0), Q(1,4)$.



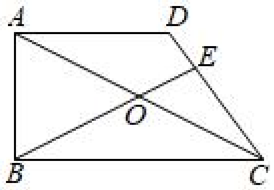
（1）求抛物线的解析式；

（2）点 A 在直线 PQ 上且在第一象限内，过 A 作 $AB\perp x$ 轴于 B，以 AB 为斜边在其左侧作等腰直角 ABC .

①若 A 与 Q 重合，求 C 到抛物线对称轴的距离；

②若 C 落在抛物线上，求 C 的坐标.

25．如图，在梯形 $ABCD$ 中， $AD//BC,\angle ABC=90°,AD=CD,O$ 是对角线 AC 的中点，联结 BO 并延长交边 CD 或边 AD 于 E.



（1）当点 E 在边 CD 上时，

①求证：$\triangle DAC\backsim\triangle OBC$；

②若 $BE\perp CD$，求 $\dfrac{AD}{BC}$ 的值；

（2）若 $DE=2,OE=3$，求 CD 的长.

参考答案：

1．C

【解析】

【分析】

先化简二次根式，再根据有理数的定义选择即可

【详解】

解：

A、$\sqrt{\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ ∵ $\sqrt{2}$ 是无理数，故 $\sqrt{\frac{1}{2}}$ 是无理数

B、$\sqrt{\frac{1}{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ ∵ $\sqrt{3}$ 是无理数，故 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ 是无理数

C、$\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ 为有理数

D、$\sqrt{\frac{1}{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ ∵ $\sqrt{5}$ 是无理数，故 $\sqrt{\frac{1}{5}}$ 是无理数

故选：C

【点睛】

本题考查二次根式的化简、无理数的定义、有理数的定义、熟练掌握有理数的定义是关键

2．B

【解析】

【分析】

比较对应字母的指数,分别相等就是同类项

【详解】

∵a 的指数是 3，b 的指数是 2，与 a^2b^3 中 a 的指数是 2，b 的指数是 3 不一致，

∴a^3b^2 不是 a^2b^3 的同类项，不符合题意；

∵a 的指数是 2，b 的指数是 3，与 a^2b^3 中 a 的指数是 2，b 的指数是 3 一致，

∴$2a^2b^3$ 是 a^2b^3 的同类项，符合题意；

∵a 的指数是 2，b 的指数是 1，与 a^2b^3 中 a 的指数是 2，b 的指数是 3 不一致，

∴a^2b 不是 a^2b^3 的同类项，不符合题意；

∵a 的指数是 1，b 的指数是 3，与 a^2b^3 中 a 的指数是 2，b 的指数是 3 不一致，

∴ab^3 不是 a^2b^3 的同类项，不符合题意；

故选 B

【点睛】

本题考查了同类项，正确理解同类项的定义是解题的关键.

3．D

【解析】

【分析】

根据二次函数的平移特点即可求解.

【详解】

将抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 向下平移两个单位，开口方向不变、对称轴不变、故 y 随 x 的变化情况不变；与 y 轴的交点改变

故选 D.

【点睛】

此题主要考查二次函数的函数与图象，解题的关键是熟知二次函数图象平移的特点.

4．A

【解析】

【分析】

选择人数最多的包装是最合适的.

【详解】

由图可知，选择 1.5kg/包-2.5kg/包的范围内的人数最多，

∴选择在 1.5kg/包-2.5kg/包的范围内的包装最合适.

故选：A.

【点睛】

本题较简单，从图中找到选择人数最多的包装的范围，再逐项分析即可.

5．A

【解析】

【分析】

根据向量的特点及加减法则即可求解.

【详解】

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，E 为 AB 中点，

$\therefore \frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{EC}$

故选 A．

【点睛】

此题主要考查向量的表示，解题的关键是熟知平行四边形的特点及向量的加减法则．

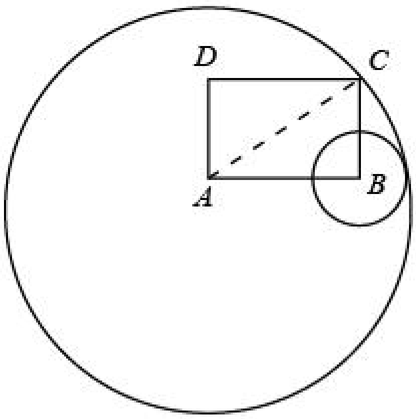
6．C

【解析】

【分析】

根据内切得出圆 A 的半径，再判断点 D、点 E 到圆心的距离即可

【详解】



∵圆 A 与圆 B 内切，$AB=4$，圆 B 的半径为 1

∴圆 A 的半径为 5

∵ $AD=3<5$

∴点 D 在圆 A 内

在 $Rt\triangle ABC$ 中，$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{4^2+3^2}=5$

∴点 C 在圆 A 上

故选：C

【点睛】

本题考查点与圆的位置关系、圆与圆的位置关系、勾股定理，熟练掌握点与圆的位置关系是关键

7．x^5

【解析】

【分析】

根据同底数幂的除法法则计算即可

【详解】

∵ $x^7 \div x^2 = x^5$，

故答案为：x^5.

【点睛】

本题考查了同底数幂的除法，熟练掌握运算的法则是解题的关键.

8．$2\sqrt{3}$.

【解析】

【分析】

直接利用已知的公式将 x 的值代入求出答案.

【详解】

解：∵ $f(x)=\frac{6}{x}$，

∴ $f(\sqrt{3})=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$，

故答案为：$2\sqrt{3}$.

【点睛】

本题主要考查了函数值，正确把已知代入是解题关键.

9．5

【解析】

【分析】

方程两边同平方，化为一元一次方程，进而即可求解.

【详解】

解：$\sqrt{x+4}=3$，

两边同平方，得 $x+4=9$，

解得：x=5，

经检验，x=5 是方程的解，

∴x=5，

故答案是：5．

【点睛】

本题主要考查解根式方程，把根式方程化为整式方程，是解题的关键．

10．$x<6$

【解析】

【分析】

根据不等式的性质即可求解．

【详解】

$2x-12<0$

$2x<12$

$x<6$

故答案为：$x<6$．

【点睛】

此题主要考查不等式的求解，解题的关键是熟知不等式的性质．

11．$20°$

【解析】

【分析】

根据余角的定义即可求解．

【详解】

$70°$的余角是$90°-70°=20°$

故答案为：$20°$．

【点睛】

此题主要考查余角的求解，解题的关键是熟知余角的定义与性质．

12．$c>\frac{9}{8}$

【解析】

【分析】

根据一元二次方程根的判别式的意义得到$\Delta=(-3)^2-4\times 2c<0$，然后求出$c$的取值范围．

【详解】

解：关于x的一元二次方程$2x^2-3x+c=0$无解，

∵ $a=2$，$b=-3$，$c=c$，

∴ $\triangle=b^2-4ac=(-3)^2-4\times2c<0$，

解得 $c>\frac{9}{8}$，

∴ c 的取值范围是 $c>\frac{9}{8}$．

故答案为：$c>\frac{9}{8}$．

【点睛】

本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根的判别式△$=b^2-4ac$：当△＞0，方程有两个不相等的实数根；当△=0，方程有两个相等的实数根；当△＜0，方程没有实数根．

13．$\frac{3}{8}$

【解析】

【分析】

根据概率公式计算即可

【详解】

根据概率公式，得偶数的概率为 $\frac{3}{8}$，

故答案为：$\frac{3}{8}$．

【点睛】

本题考查了概率计算，熟练掌握概率计算公式是解题的关键．

14．$y=-2x$（$k<0$ 且 $k\neq-1$ 即可）

【解析】

【分析】

正比例函数经过二、四象限，得到 k<0，又不经过(-1,1)，得到 k≠-1，由此即可求解．

【详解】

解：∵正比例函数 $y=kx$ 经过二、四象限，

∴$k<0$，

当 $y=kx$ 经过 $(-1,1)$ 时，$k=-1$，

由题意函数不经过 $(-1,1)$，说明 $k\neq-1$，

故可以写的函数解析式为：$y=-2x$ (本题答案不唯一，只要 $k<0$ 且 $k\neq-1$ 即可)．

【点睛】

本题考查了正比例函数的图像和性质，属于基础题，$y=kx$ ($k\neq0$)当$k<0$时经过第二、四象限；当$k>0$时经过第一、三象限．

15．$\frac{33k}{5}$

【解析】

【分析】

利用待定系数法求出函数关系式，求出当售价为8元/千克时的卖出的苹果数量．再利用利润=（售价-进价）×销售量，求出利润．

【详解】

设卖出的苹果数量与售价之间的关系式为$y=mx+n\left(5\le x\le10\right)$，将（5，4$k$），（10，$k$）代入关系式：

$\begin{cases}5m+n=4k\\10m+n=k\end{cases}$，解得$\begin{cases}m=-\frac{3}{5}k\\n=7k\end{cases}$

$\therefore y=-\frac{3}{5}kx+7k\left(5\le x\le10\right)$

令$x=8$，则$y=\frac{11}{5}k$

$\therefore$利润$=\left(8-5\right)\times\frac{11}{5}k=\frac{33}{5}k$

【点睛】

本题考查待定系数法求函数解析式和利润求解问题．利润=（售价-进价）×销售量．

16．$\frac{2}{3}$

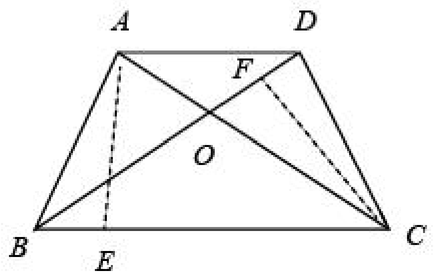
【解析】

【分析】

先根据等高的两个三角形的面积比等于边长比，得出$\frac{AD}{BC}=\frac{1}{2}$，再根据$\triangle AOD\backsim\triangle COB$得出$\frac{OD}{OB}=\frac{AD}{BC}=\frac{1}{2}$，再根据等高的两个三角形的面积比等于边长比计算即可

【详解】

解：作$AE\perp BC$，$CF\perp BD$



$\because \dfrac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}}=\dfrac{1}{2}$

$\therefore$△ABD 和△BCD 等高，高均为 AE

$\therefore \dfrac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}}=\dfrac{\frac{1}{2}AD\bullet AE}{\frac{1}{2}BC\bullet AE}=\dfrac{AD}{BC}=\dfrac{1}{2}$

$\because AD /\!/ BC$

$\therefore$△AOD∽△COB

$\therefore \dfrac{OD}{OB}=\dfrac{AD}{BC}=\dfrac{1}{2}$

$\because$△BOC 和△DOC 等高，高均为 CF

$\therefore \dfrac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle DOC}}=\dfrac{\frac{1}{2}OB\cdot CF}{\frac{1}{2}OD\cdot CF}=\dfrac{OB}{OD}=\dfrac{2}{1}$

$\therefore \dfrac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle BCD}}=\dfrac{2}{3}$

故答案为：$\dfrac{2}{3}$

【点睛】

本题考查相似三角形的判定和性质、等高的两个三角形的面积比等于边长比，熟练掌握三角形的面积的特点是解题的关键

17．$\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$．

【解析】

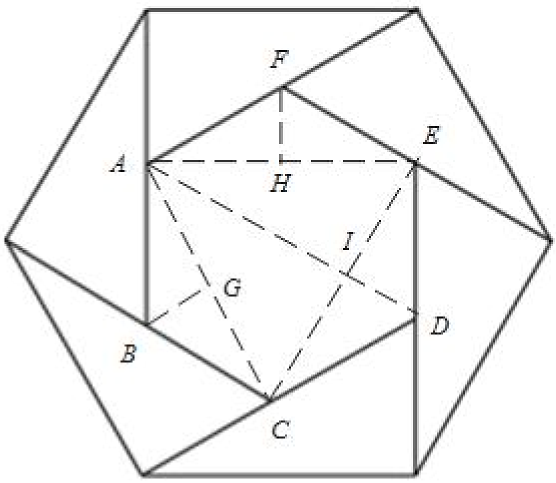
【分析】

由六个带30°角的直角三角板拼成一个正六边形，直角三角板的最短边为1，可以得到中间正六边形的边长为1，做辅助线以后，得到△ABC、△CDE、△AEF 为以1为边长的等腰三角形，△ACE 为等边三角形，再根据等腰三角形与等边三角形的性质求出边长，求出面积

之和即可.

【详解】

解：如图所示，连接 AC、AE、CE，作 $BG\perp AC$、$DI\perp CE$、$FH\perp AE$，$AI\perp CE$，



在正六边形 $ABCDEF$ 中，

∵直角三角板的最短边为 1，

∴正六边形 $ABCDEF$ 为 1，

∴△ABC、△CDE、△AEF 为以 1 为边长的等腰三角形，△ACE 为等边三角形，

∵ $\angle ABC=\angle CDE=\angle EFA=120^\circ$，$AB=BC=CD=DE=EF=FA=1$，

∴ $\angle BAG=\angle BCG=\angle DCE=\angle DEC=\angle FAE=\angle FEA=30^\circ$，

∴$BG=DI=FH=\frac{1}{2}$，

∴由勾股定理得：$AG=CG=CI=EI=EH=AH=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

∴$AC=AE=CE=\sqrt{3}$，

∴由勾股定理得：$AI=\frac{3}{2}$，

∴$S=3\times\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times\frac{3}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$，

故答案为：$\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

【点睛】

本题主要考查了含 30 度角的直角三角形的性质、正多边形形与圆以及等边三角形的性质，关键在于知识点：在直角三角形中，30 度角所对的直角边等于斜边的一半的应用.

18．$2-\sqrt{2}\le d\le 1$

【解析】

【分析】

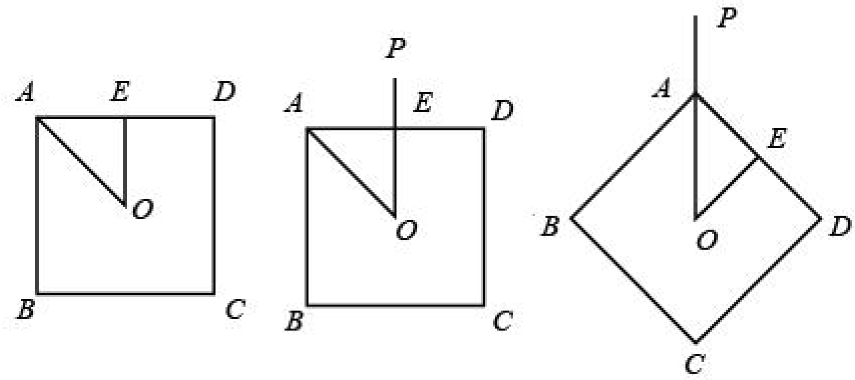
先确定正方形的中心O与各边的所有点的连线中的最大值与最小值，然后结合旋转的条件即可求解.

【详解】

解：如图1，设AD的中点为E，连接OA，OE，则AE=OE=1，$\angle AEO$=90°，$OA=\sqrt{2}$.

∴点O与正方形$ABCD$边上的所有点的连线中，

OE最小，等于1，OA最大，等于$\sqrt{2}$.



∵$OP=2$，

∴点P与正方形$ABCD$边上的所有点的连线中，

如图2所示，当点E落在OP上时，最大值PE=PO-EO=2-1=1；

如图3所示，当点A落在OP上时，最小值$PA=PO-AO=2-\sqrt{2}$.

∴当正方形$ABCD$绕中心O旋转时，点P到正方形的距离d的取值范围是$2-\sqrt{2}\le d\le 1$.

故答案为：$2-\sqrt{2}\le d\le 1$

【点睛】

本题考查了新定义、正方形的性质、勾股定理等知识点，准确理解新定义的含义和熟知正方形的性质是解题的关键.

19．2

【解析】

【分析】

根据分指数运算法则，绝对值化简，负整指数运算法则，化最简二次根式，合并同类二次根式以及同类项即可.

【详解】

解：$9^{\frac{1}{2}}+|1-\sqrt{2}|-2^{-1}\times\sqrt{8}$，

$=\sqrt{9}-\left(1-\sqrt{2}\right)-\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}$，

$=3+\sqrt{2}-1-\sqrt{2}$，

=2．

【点睛】

本题考查实数混合运算，分指数运算法则，绝对值符号化简，负整指数运算法则，化最简二次根式，合并同类二次根式与同类项，掌握实数混合运算法则与运算顺序，分指数运算法则，绝对值符号化简，负整指数运算法则，化最简二次根式，合并同类二次根式与同类项是解题关键．

20．$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$和$\begin{cases}x=6\\y=-3\end{cases}$

【解析】

【分析】

由第一个方程得到$x=3-y$，再代入第二个方程中，解一元二次方程方程即可求出y，再回代第一个方程中即可求出x．

【详解】

解：由题意：$\begin{cases}x+y=3\cdots(1)\\x^2-4y^2=0\cdots(2)\end{cases}$，

由方程(1)得到：$x=3-y$，再代入方程(2)中：

得到：$(3-y)^2-4y^2=0$，

进一步整理为：$3-y=2y$或$3-y=-2y$，

解得$y_1=1$，$y_2=-3$，

再回代方程(1)中，解得对应的$x_1=2$，$x_2=6$，

故方程组的解为：$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$和$\begin{cases}x=6\\y=-3\end{cases}$．

【点睛】

本题考查了代入消元法解方程及一元二次方程的解法，熟练掌握代入消元法，运算过程中细

心即可.

21.（1）$AC=6$；（2）$\frac{3}{10}$

【解析】

【分析】

（1）在 $Rt\triangle ABC$ 中，利用三角函数即可求出 AB，故可得到 AC 的长；

（2）过点 F 作 $FG\perp BD$，利用中位线的性质得到 FG，CG，再根据正切的定义即可求解.

【详解】

（1）∵ $AC\perp BD$， $\cos\angle ABC=\frac{4}{5}$

∴ $\cos\angle ABC=\frac{BC}{AB}=\frac{4}{5}$

∴$AB=10$

∴ $AC=\sqrt{AB^2-BC^2}=6$；

（2）过点 F 作 $FG\perp BD$，

∵ BF 为 AD 边上的中线.

∴F 是 AD 中点

∵$FG\perp BD$， $AC\perp BD$

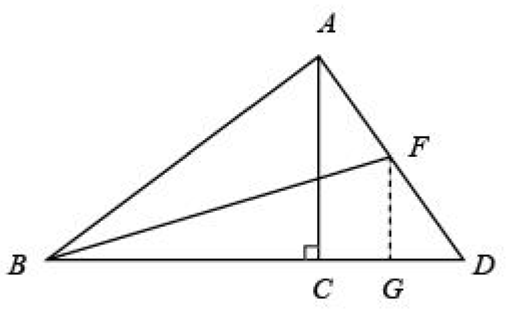
∴ $FG//AC$

∴FG 是$\triangle ACD$ 的中位线

∴$FG=\frac{1}{2}AC=3$

$CG=\frac{1}{2}CD=2$

∴在 $Rt\triangle BFG$ 中， $\tan\angle FBD=\frac{FG}{BG}=\frac{3}{8+2}=\frac{3}{10}$.



【点睛】

此题主要考查解直角三角形，解题的关键是熟知三角函数的定义.

22.（1）36 万部；（2）100 MB/秒

【解析】

【分析】

（1）根据扇形统计图求出 3 月份的百分比，再利用 80 万×3 月份的百分比求出三月份共生产的手机数；

（2）设 5G 手机的下载速度为 x MB/秒，则 4G 下载速度为 $\left(x-95\right)$ MB/秒，根据下载一部 1000MB 的电影，5G 比 4G 要快 190 秒列方程求解.

【详解】

（1）3 月份的百分比=$1-30\%-25\%=45\%$

三月份共生产的手机数=80×45%=36（万部）

答：三月份共生产了 36 万部手机.

（2）设 5G 手机的下载速度为 x MB/秒，则 4G 下载速度为 $\left(x-95\right)$ MB/秒，

由题意可知：$\frac{1000}{x-95}-\frac{1000}{x}=190$

解得：$x=100$

检验：当 $x=100$ 时，$x\cdot\left(x-95\right)\neq 0$

∴ $x=100$ 是原分式方程的解.

答：5G 手机的下载速度为 100 MB/秒.

【点睛】

本题考查实际问题与分式方程．求解分式方程时，需要检验最简公分母是否为 0.

23.（1）见解析；（2）见解析

【解析】

【分析】

（1）连结 OM, ON，由 M、N 分别是 CB 和 AD 的中点，可得 $OM\perp BC$，$ON\perp AD$，由 $AB=CD$，可得 $OM=ON$，可证 $Rt\Delta EOP\cong Rt\Delta FOP\left(HL\right)$，$MG=NG$，$\angle MGO=\angle NGO$，根据等腰三角形三线合一性质 $OG\perp MN$；

（2）设 OG 交 MN 于 E，由 $Rt\Delta EOP\cong Rt\Delta FOP$，可得 $MG=NG$，可得 $\angle CMN=\angle ANM$，

$CM=\frac{1}{2}CB=\frac{1}{2}AD=AN$，可证$\triangle CMN \cong \triangle ANM$可得$AM=CN$，由$CN \parallel OG$，可得$\angle AMN=\angle CNM=90^\circ$，由$\angle AMN+\angle CNM=180^\circ$可得$AM \parallel CN$，可证$ACNM$是平行四边形，再由$\angle AMN=90^\circ$可证四边形$ACNM$是矩形．

【详解】

证明：（1）连结OM, ON，

∵M、N分别是CB和AD的中点，

∴OM，ON为弦心距，

∴$OM\perp BC$，$ON\perp AD$，

$\therefore \angle GMO=\angle GNO=90^\circ$，

在$\odot O$中，$AB=CD$，

$\therefore OM=ON$，

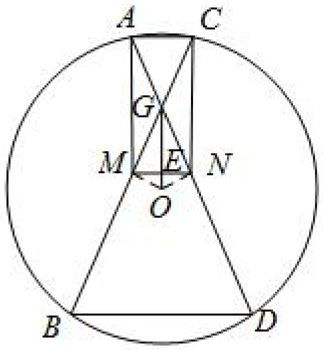
在$Rt\triangle OMG$和$Rt\triangle ONG$中，

$\begin{cases} OM=ON \\ OG=OG \end{cases}$，

$\therefore Rt\Delta GOM \cong Rt\Delta GON\ (HL)$，

∴$MG=NG$，$\angle MGO=\angle NGO$，

$\therefore OG\perp MN$；



（2）设OG交MN于E，

$\because Rt\Delta GOM \cong Rt\Delta GON\ (HL)$，

∴$MG=NG$，

∴$\angle GMN=\angle GNM$，即$\angle CMN=\angle ANM$，

$\because CM=\frac{1}{2}CB=\frac{1}{2}AD=AN$，

在△CMN和△ANM中

$\begin{cases}CM=AN\\ \angle CMN=\angle ANM\\ MN=NM\end{cases}$，

$\therefore \triangle CMN\cong\triangle ANM$，

$\therefore AM=CN,\angle AMN=\angle CNM$，

$\because CN\parallel OG$，

$\therefore \angle CNM=\angle GEM=90^\circ$，

$\therefore \angle AMN=\angle CNM=90^\circ$，

$\therefore \angle AMN+\angle CNM=90^\circ+90^\circ=180^\circ$，

$\therefore AM\parallel CN$，

$\therefore ACNM$ 是平行四边形，

$\because \angle AMN=90^\circ$，

∴四边形 $ACNM$ 是矩形.

【点睛】

本题考查垂径定理，三角形全等判定与性质，等腰三角形判定与性质，平行线判定与性质，矩形的判定，掌握垂径定理，三角形全等判定与性质，等腰三角形判定与性质，平行线判定与性质，矩形的判定是解题关键.

24.（1） $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{9}{2}$；（2）①1；②点 C 的坐标是$\left(-2,\frac{5}{2}\right)$

【解析】

【分析】

(1)将 $P(3,0)$、$Q(1,4)$ 两点分别代入 $y=ax^2+c$ ，得$\begin{cases}9a+c=0,\\ a+c=4,\end{cases}$,解方程组即可;

（2）①根据 AB=4,斜边上的高为 2,Q 的横坐标为 1,计算点 C 的横坐标为-1,即到 y 轴的距离为 1；②根据直线 PQ 的解析式，设点 A（m，-2m+6）,三角形 ABC 是等腰直角三角形，用含有 m 的代数式表示点 C 的坐标，代入抛物线解析式求解即可.

【详解】

解：（1）将 $P(3,0)$、$Q(1,4)$ 两点分别代入 $y=ax^2+c$，得 $\begin{cases}9a+c=0,\\a+c=4,\end{cases}$

解得 $a=-\frac{1}{2},c=\frac{9}{2}$.

所以抛物线的解析式是 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{9}{2}$.

（2）①如图 2，抛物线的对称轴是 y 轴，当点 A 与点 $Q(1,4)$ 重合时，$AB=4$，

作 $CH\perp AB$ 于 H.

∵ $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，

∴ $\triangle CBH$ 和 $\triangle CAH$ 也是等腰直角三角形，

∴ $CH=AH=BH=2$，

∴点 C 到抛物线的对称轴的距离等于 1.

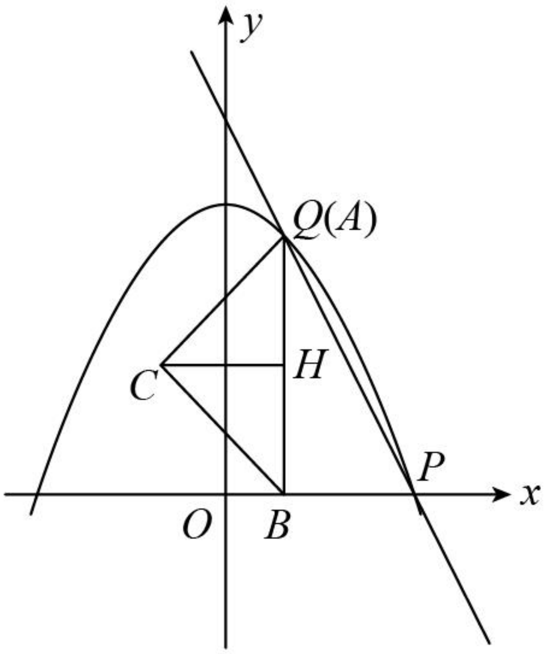


图2

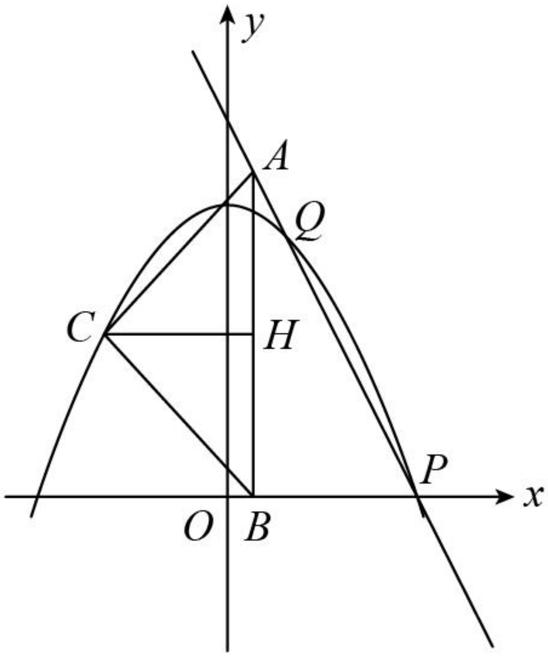


图3

②如图 3，设直线 PQ 的解析式为 $y=kx+b$，由 $P(3,0)$、$Q(1,4)$，得 $\begin{cases}3k+b=0,\\k+b=4,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=-2,\\b=6,\end{cases}$

∴直线 PQ 的解析式为 $y=-2x+6$，

设 $A(m,-2m+6)$，

∴ $AB=-2m+6$，

所以 $CH=BH=AH=-m+3$．

所以 $y_C=-m+3, x_C=-(-m+3-m)=2m-3$．

将点 $C(2m-3,-m+3)$ 代入 $y=-\frac{1}{2}x^2+\frac{9}{2}$，

得 $-m+3=-\frac{1}{2}(2m-3)^2+\frac{9}{2}$．

整理，得 $2m^2-7m+3=0$．

因式分解，得 $(2m-1)(m-3)=0$．

解得 $m=\frac{1}{2}$，或 $m=3$（与点 P 重合，舍去）．

当 $m=\frac{1}{2}$时，$2m-3=1-3=-2, -m+3=-\frac{1}{2}+3=\frac{5}{2}$．

所以点 C 的坐标是$\left(-2,\dfrac{5}{2}\right)$.

【点评】

本题考查了抛物线解析式的确定，一次函数解析式的确定，等腰直角三角形的性质，一元二次方程的解法，熟练掌握待定系数法，灵活用解析式表示点的坐标，熟练解一元二次方程是解题的关键.

25.（1）①见解析；②$\dfrac{2}{3}$；（2）$1+\sqrt{19}$ 或 $3+\sqrt{19}$

【解析】

【分析】

（1）①根据已知条件、平行线性质以及直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半可推导，$\angle DAC=\angle DCA=\angle OBC=\angle OCB$，由此可得$\triangle DAC\backsim\triangle OBC$；

②若 $BE\perp CD$，那么在 $Rt\triangle BCE$ 中，由 $\angle 2=\angle 3=\angle 4$. 可得 $\angle 2=\angle 3=\angle 4=30°$，作 $DH\perp BC$ 于 H. 设 $AD=CD=2m$，那么 $BH=AD=2m$. 根据 $30°$ 所对直角边是斜边的一半可知 $CH=m$，由此可得 $\dfrac{AD}{BC}$ 的值.

（2）①当点 E 在 AD 上时，可得四边形 $ABCE$ 是矩形，设 $AD=CD=x$，在 $Rt\triangle ACE$ 和 $Rt\triangledown DCE$ 中，根据 $CE^2=CE^2$，列方程 $6^2-(x-2)^2=x^2-2^2$ 求解即可.

②当点 E 在 CD 上时，设 $AD=CD=x$，由$\triangle DAC\backsim\triangle OBC$，得 $\dfrac{DC}{OC}=\dfrac{AC}{BC}$，所以 $\dfrac{x}{m}=\dfrac{2OC}{BC}$，所以 $\dfrac{OC}{BC}=\dfrac{x}{2m}$；由$\triangle EOC\backsim\triangle ECB$ 得 $\dfrac{EO}{EC}=\dfrac{EC}{EB}=\dfrac{OC}{CB}$，所以 $\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{x-2}{m+3}=\dfrac{OC}{CB}$，解出 x 的值即可.

【详解】

（1）①由 $AD=CD$，得 $\angle 1=\angle 2$.

由 $AD//BC$，得 $\angle 1=\angle 3$.

因为 BO 是 $Rt\triangle ABC$ 斜边上的中线，所以 $OB=OC$. 所以 $\angle 3=\angle 4$.

所以 $\angle 1=\angle 2=\angle 3=\angle 4$.

所以$\triangle DAC\backsim\triangle OBC$.

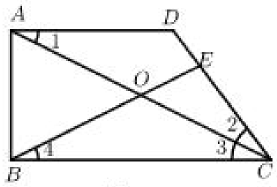


图2

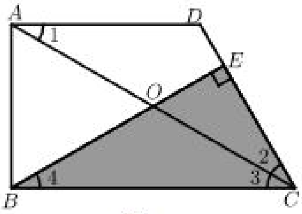


图3

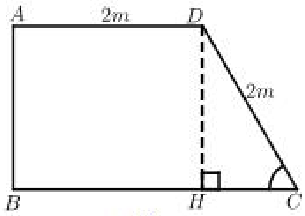


图4

②若 $BE \perp CD$，那么在 Rt△BCE 中，由 $\angle 2=\angle 3=\angle 4$．可得 $\angle 2=\angle 3=\angle 4=30^\circ$．

作 $DH \perp BC$ 于 H．设 $AD=CD=2m$，那么 $BH=AD=2m$．

在 Rt△DCH 中，$\angle DCH=60^\circ, DC=2m$，所以 $CH=m$．

所以 $BC=BH+CH=3m$．

所以 $\dfrac{AD}{BC}=\dfrac{2m}{3m}=\dfrac{2}{3}$．

（2）①如图 5，当点 E 在 AD 上时，由 $AD//BC, O$ 是 AC 的中点，可得 $OB=OE$，

所以四边形 $ABCE$ 是平行四边形.

又因为 $\angle ABC=90^\circ$，所以四边形 $ABCE$ 是矩形，

设 $AD=CD=x$，已知 $DE=2$，所以 $AE=x-2$．

已知 $OE=3$，所以 $AC=6$．

在 Rt△ACE 和 Rt△DCE 中，根据 $CE^2=CE^2$，列方程 $6^2-(x-2)^2=x^2-2^2$．

解得 $x=1+\sqrt{19}$，或 $x=1-\sqrt{19}$（ 舍去负值）.

②如图 6，当点 E 在 CD 上时，设 $AD=CD=x$，已知 $DE=2$，所以 $CE=x-2$．

设 $OB=OC=m$，已知 $OE=3$，那么 $EB=m+3$．

一方面，由 $\triangle DAC \backsim \triangle OBC$，得 $\dfrac{DC}{OC}=\dfrac{AC}{BC}$，所以 $\dfrac{x}{m}=\dfrac{2OC}{BC}$，所以 $\dfrac{OC}{BC}=\dfrac{x}{2m}$，

另一方面，由 $\angle 2=\angle 4$，$\angle BEC$ 是公共角，得 $\triangle EOC \backsim \triangle ECB$．

所以 $\dfrac{EO}{EC}=\dfrac{EC}{EB}=\dfrac{OC}{CB}$，所以 $\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{x-2}{m+3}=\dfrac{OC}{CB}$．

等量代换，得 $\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{x-2}{m+3}=\dfrac{x}{2m}$．由 $\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{x}{2m}$，得 $m=\dfrac{x^2-2x}{6}$．

将 $m=\dfrac{x^2-2x}{6}$ 代入 $\dfrac{3}{x-2}=\dfrac{x-2}{m+3}$，整理，得 $x^2-6x-10=0$．

解得 $x=3+\sqrt{19}$，或 $x=3-\sqrt{19}$（舍去负值）.

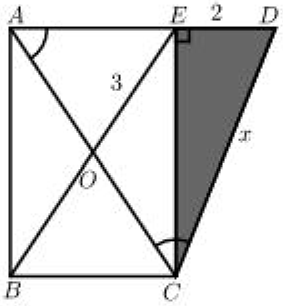


图5

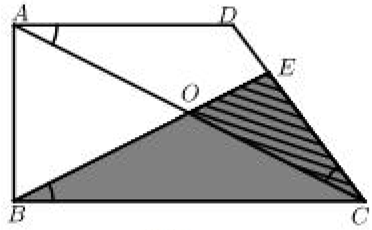


图6

【点睛】

本题主要考查相似三角形的判定与性质，斜边上的中线，勾股定理等，能够运用相似三角形边的关系列方程是解题的关键.