等式与不等式

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．（2023·上海杨浦·统考一模）已知实数a，b满足$a>b$，则下列不等式恒成立的是（　　）

A．$a^2>b^2$　　B．$a^3>b^3$　　C．$|a|>|b|$　　D．$a^{-1}>b^{-1}$

2．（2023上·上海松江·高三统考期末）英国数学家哈利奥特最先使用“<”和“>”符号，并逐渐被数学界接受，不等号的引入对不等式的发展影响深远．对于任意实数a、b、c、d，下列命题是真命题的是（　　）

A．若$a^2<b^2$，则$a<b$　　B．若$a<b$，则$ac<bc$

C．若$a<b$，$c<d$，则$ac<bd$　　D．若$a<b$，$c<d$，则$a+c<b+d$

3．（2023上·上海浦东新·高三统考期末）如果$a>0>b$，则下列不等式中一定成立的是（　　）

A．$\sqrt{a}>\sqrt{-b}$　　B．$a^2>b^2$　　C．$a^2<ab$　　D．$a^3>b^3$

4．（2023·上海闵行·统考一模）已知a，$b\in R$，$a>b$，则下列不等式中不一定成立的是（　　）

A．$a+2>b+2$　　B．$2a>2b$　　C．$a^2>b^2$　　D．$2^a>2^b$

5．（2023·上海崇明·统考一模）若$x>y>0$，则下列不等式正确的是（　　）

A．$|x|<|y|$　　B．$x^2<y^2$　　C．$\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$　　D．$\frac{x+y}{2}\leqslant\sqrt{xy}$

二、填空题

6．（2023上·上海松江·高三统考期末）已知$\lg a+\lg b=1$，则$\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}$的最小值为________

7．（2023·上海嘉定·统考一模）不等式$x^2-x-6<0$的解集为____________．

8．（2023·上海徐汇·统考一模）若实数x,y满足$x+y=2$，则x^2+y^2的最小值为______________．

9．（2023·上海嘉定·统考一模）已知实数a、b满足$ab=-6$，则a^2+b^2的最小值为____________．

10．（2023·上海杨浦·统考一模）已知$(1+x)^m+(1+x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{m+n}x^{m+n}$（$m$、$n$为正整数）对任意实数$x$都成立，若$a_1=12$，则$a_2$的最小值为________．

11．（2023·上海长宁·统考一模）若“存在$x>0$，使得$x^2+ax+1<0$”是假命题，则实数a的取值范围__________．

12．（2023·上海崇明·统考一模）已知不平行的两个向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{3}$．若对任意的$t\in R$，都有$|\vec{b}-t\vec{a}|\geq 2$成立，则$|\vec{b}|$的最小值等于__________．

13．（2023·上海崇明·统考一模）已知正实数a,b,c,d满足$a^2-ab+1=0$，$c^2+d^2=1$，则当$(a-c)^2+(b-d)^2$取得最小值时，$ab=$__________．

三、问答题

14．（2023上·上海浦东新·高三统考期末）已知函数$y=f\left(x\right)$，其中$f(x)=\dfrac{4^x+k}{2^x}\left(k\in\mathrm{R}\right)$．

(1)是否存在实数k，使函数$y=f\left(x\right)$是奇函数？若存在，请写出证明．

(2)当$k=1$时，若关于x的不等式$f\left(x\right)\geq a$恒成立，求实数a的取值范围．

15．（2023上·上海虹口·高三统考期末）已知$y=f\left(x\right)$与$y=g\left(x\right)$都是定义在$\left(0,+\infty\right)$上的函数，若对任意x_1，$x_2\in\left(0,+\infty\right)$，当$x_1<x_2$时，都有$g\left(x_1\right)\leq\dfrac{f\left(x_1\right)-f\left(x_2\right)}{x_1-x_2}\leq g\left(x_2\right)$，则称$y=g\left(x\right)$是$y=f\left(x\right)$的一个“控制函数”．

(1)判断$y=2x$是否为函数$y=x^2\left(x>0\right)$的一个控制函数，并说明理由；

(2)设$f\left(x\right)=\ln x$的导数为$f'\left(x\right)$，$0<a<b$，求证：关于x的方程$\dfrac{f\left(b\right)-f\left(a\right)}{b-a}=f'\left(x\right)$在区间$\left(a,b\right)$上有实数解；

(3)设$f\left(x\right)=x\ln x$，函数$y=f\left(x\right)$是否存在控制函数？若存在，请求出$y=f\left(x\right)$的控制函数；若不存在，请说明理由．

等式与不等式

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、单选题

1．（2023·上海杨浦·统考一模）已知实数a，b满足$a>b$，则下列不等式恒成立的是（　）

A．$a^2>b^2$　　B．$a^3>b^3$　　C．$|a|>|b|$　　D．$a^{-1}>b^{-1}$

【答案】B

【分析】根据函数的性质判断即可.

【详解】因为$f(x)=x^2$, $f(x)=|x|$是定义在R上的偶函数，

所以当实数a,b满足$a>b$时，$a^2>b^2$, $|a|>|b|$不一定成立，故A,C不符合题意；

因为$f(x)=x^3$是定义在R上单调递增的奇函数，

所以当实数a,b满足$a>b$时，则$a^3>b^3$，故B符合题意；

因为$f(x)=x^{-1}$在$(-\infty,0),(0,+\infty)$上单调递减，

所以当实数a,b满足$a>b$时，$a^{-1}>b^{-1}$不一定成立，不符合题意.

故选：B.

【点睛】判断不等式恒成立问题，方法有以下几种：1、可借助函数的单调性判断；2、可带特殊值说明不等式不成立；3、根据不等式关性质判断；4、作差比较大小；5、作商比较大小.对于选择题我们一般采用排除法.

2.（2023上·上海松江·高三统考期末）英国数学家哈利奥特最先使用“<”和“>”符号，并逐渐被数学界接受，不等号的引入对不等式的发展影响深远．对于任意实数a、b、c、d，下列命题是真命题的是（　）

A．若$a^2<b^2$，则$a<b$　　B．若$a<b$，则$ac<bc$

C．若$a<b$，$c<d$，则$ac<bd$　　D．若$a<b$，$c<d$，则$a+c<b+d$

【答案】D

【分析】借助不等式的性质判断即可.

【详解】对A：因为$a^2<b^2$，可能$b<a<0$，故错误；

对B：当$c<0$时，若$a<b$，则$ac>bc$，故错误；

对C：当$a<b<0$，$c<d<0$时，则$ac>bd$，故错误；

对D：若$a<b$，$c<d$，则$a+c<b+d$，故正确.

故选：D.

3．（2023上·上海浦东新·高三统考期末）如果$a>0>b$，则下列不等式中一定成立的是（　）

A．$\sqrt{a}>\sqrt{-b}$　　B．$a^2>b^2$　　C．$a^2<ab$　　D．$a^3>b^3$

【答案】D

【分析】根据不等式的性质并结合特殊值法，即可逐项判断.

【详解】对A、B：由$a>0>b$，不妨设$a=1$，$b=-4$，则$\sqrt{1}<\sqrt{-(-4)}=2$，$1^2<(-4)^2$，故A、B项错误；

对于C：由$a>0>b$，所以$a^2>0>ab$，故C项错误；

对于D：由$a>0>b$，所以$a^3>b^3$，故D项正确.

故选：D.

4．（2023·上海闵行·统考一模）已知a，$b\in R$，$a>b$，则下列不等式中不一定成立的是（　）

A．$a+2>b+2$　　B．$2a>2b$　　C．$a^2>b^2$　　D．$2^a>2^b$

【答案】C

【分析】根据不等式性质可判断A，B；举反例可判断C；根据指数函数的单调性判断D.

【详解】对于A，B，a，$b\in R$，$a>b$，则$a+2>b+2$，$2a>2b$一定成立；

对于C，取$a=-1,b=-2$，满足$a>b$，则$a^2<b^2$，

当$a>b>0$时，$a^2>b^2$，故C中不等式不一定成立；

对于D，由$a>b$，由于$y=2^x$在R上单调递增，则$2^a>2^b$成立，

故选：C

5．（2023·上海崇明·统考一模）若$x>y>0$，则下列不等式正确的是（　）

A．$|x|<|y|$　　B．$x^2<y^2$　　C．$\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$　　D．$\frac{x+y}{2}\leqslant\sqrt{xy}$

【答案】C

【分析】ABD举反例即可判断，C结合反比例函数即可判断.

【详解】对A，若$x=2,y=1$，则$x>y>0$，但$|x|>|y|$，A错误；

对B，若$x=2,y=1$，则$x>y>0$，但$x^2>y^2$，B错误

对D，若$x=2,y=1$，则$x>y>0$，$\frac{3}{2}=\frac{x+y}{2}>\sqrt{xy}=\sqrt{2}$，D错误；

对C，结合反比例函数$y=\frac{1}{x}$知其在$(0,+\infty)$单调递减，则$x>y>0$，有$\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$，C正确.

故选：C

二、填空题

6．（2023上·上海松江·高三统考期末）已知$\lg a+\lg b=1$，则$a+2b$的最小值为________

【答案】$4\sqrt{5}$

【分析】根据对数运算求得 a,b 的关系，利用基本不等式求得正确答案.

【详解】依题意，$\lg a+\lg b=\lg ab=1$，

所以 $ab=10$ 且 $a>0,b>0$，

所以 $a+2b\geq 2\sqrt{a\cdot 2b}=4\sqrt{5}$，

当 $a=2b=2\sqrt{5}$ 时等号成立.

故答案为：$4\sqrt{5}$

7.（2023·上海嘉定·统考一模）不等式 $x^2-x-6<0$ 的解集为____________.

【答案】$(-2,3)$

【分析】根据一元二次不等式的解法，准确计算，即可求解.

【详解】由不等式 $x^2-x-6<0$，可得 $(x-3)(x+2)<0$，解得 $-2<x<3$，

所以不等式的解集为 $(-2,3)$.

故答案为：$(-2,3)$.

8.（2023·上海徐汇·统考一模）若实数 x,y 满足 $x+y=2$，则 x^2+y^2 的最小值为______________.

【答案】2

【分析】利用基本不等式计算即可.

【详解】由 $x^2+y^2\geq 2xy\Rightarrow 2\left(x^2+y^2\right)\geq\left(x+y\right)^2\Rightarrow x^2+y^2\geq 2$，

当且仅当 $x=y=1$ 时取得最小值，即 x^2+y^2 的最小值为 2.

故答案为：2

9.（2023·上海嘉定·统考一模）已知实数 a、b 满足 $ab=-6$，则 a^2+b^2 的最小值为____________.

【答案】12

【分析】运用基本不等式进行求解即可.

【详解】由 $ab=-6\Rightarrow a\neq 0$ 且 $b\neq 0$ 且 a、b 异号，

由 $ab=-6\Rightarrow b=\dfrac{-6}{a}$，

所以 $a^2+b^2=a^2+\left(\dfrac{-6}{a}\right)^2\geq 2\sqrt{a^2\cdot\left(\dfrac{-6}{a}\right)^2}=12$，

当且仅当$a^2=\left(\frac{-6}{a}\right)^2$时取等号，

即当$a=\sqrt{6},b=-\sqrt{6}$或$a=-\sqrt{6},b=\sqrt{6}$时取等号，

故答案为：12

10．（2023·上海杨浦·统考一模）已知$(1+x)^m+(1+x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_{m+n}x^{m+n}$（$m$、$n$为正整数）对任意实数$x$都成立，若$a_1=12$，则$a_2$的最小值为________.

【答案】30

【分析】由题得$a_1=C_m^1+C_n^1=m+n=12$，$a_2=C_m^2+C_n^2$，根据组合数公式和基本不等式即可求解.

【详解】$a_1=C_m^1+C_n^1=m+n=12$，

$$a_2=C_m^2+C_n^2=\frac{m(m-1)}{2}+\frac{n(n-1)}{2}=\frac{m^2+n^2-(m+n)}{2}=\frac{m^2+n^2-12}{2}=\frac{m^2+n^2}{2}-6$$

$$=\frac{(m+n)^2-2mn}{2}-6=\frac{12^2-2mn}{2}-6=66-mn,$$

因为$m+n=12\geq 2\sqrt{mn}$，所以$mn\leq 36$，当且仅当$m=n=6$时等号成立，

所以$a_2=66-mn\geq 30$，a_2的最小值为30，

故答案为：30.

11．（2023·上海长宁·统考一模）若“存在$x>0$，使得$x^2+ax+1<0$”是假命题，则实数a的取值范围__________.

【答案】$[-2,+\infty)$

【分析】由题意可得：“任意$x>0$，使得$x^2+ax+1\geq 0$”是真命题，参变分离结合基本不等式运算求解.

【详解】由题意可得：“任意$x>0$，使得$x^2+ax+1\geq 0$”是真命题，

注意到$x>0$，整理得$x+\frac{1}{x}\geq -a$，

原题意等价于“任意$x>0$，使得$x+\frac{1}{x}\geq -a$”是真命题，

因为$x+\frac{1}{x}\geq 2\sqrt{x\cdot\frac{1}{x}}=2$，当且仅当$x=\frac{1}{x}$，即$x=1$时，等号成立，

所以$2\geq -a$，解得$a\geq -2$，

所以实数a的取值范围$[-2,+\infty)$.

故答案为：$[-2,+\infty)$.

12．（2023·上海崇明·统考一模）已知不平行的两个向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{3}$．若对任意的$t\in R$，都

有$\left|\vec{b}-t\vec{a}\right|\geq 2$成立，则$\left|\vec{b}\right|$的最小值等于__________.

【答案】$\sqrt{7}$

【分析】先由数量积的定义推得$m\geq\sqrt{3}$，再将问题转化为二次不等式恒成立的问题，从而得解.

【详解】依题意，设$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\theta\left(0\leq\theta\leq\pi\right)$，$\left|\vec{b}\right|=m\left(m>0\right)$，

因为$\left|\vec{a}\right|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{3}$，所以$\left|\vec{a}\right|\left|\vec{b}\right|\cos\theta=\sqrt{3}$，即$m\cdot\cos\theta=\sqrt{3}$，

则$\cos\theta=\dfrac{\sqrt{3}}{m}=\left[-1,1\right]$，所以$m\geq\sqrt{3}$，

因为对任意的$t\in\mathrm{R}$，都有$\left|\vec{b}-t\vec{a}\right|\geq 2$成立，

所以$\left(\vec{b}-t\vec{a}\right)^2\geq 4$，即$\vec{b}^2-2t\vec{a}\cdot\vec{b}+t^2\vec{a}^2\geq 4$，即$t^2-2\sqrt{3}t+m^2-4\geq 0$对于$t\in\mathrm{R}$恒成立，

故$\Delta=\left(2\sqrt{3}\right)^2-4\left(m^2-4\right)\leq 0$，又$m>0$，解得$m\geq\sqrt{7}$，

综上，$m\geq\sqrt{7}$，则$\left|\vec{b}\right|$的最小值为$\sqrt{7}$.

故答案为：$\sqrt{7}$.

13．（2023·上海崇明·统考一模）已知正实数a,b,c,d满足$a^2-ab+1=0$，$c^2+d^2=1$，则当$(a-c)^2+(b-d)^2$取得最小值时，$ab=$__________.

【答案】$\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$

【分析】将$(a-c)^2+(b-d)^2$转化为$\left(a,b\right)$与$\left(c,d\right)$两点间距离的平方，进而转化为$\left(a,b\right)$与圆心$\left(0,0\right)$的距离，结合基本不等式求得最小值，进而分析求解即可.

【详解】可将$(a-c)^2+(b-d)^2$转化为$\left(a,b\right)$与$\left(c,d\right)$两点间距离的平方，

由$a^2-ab+1=0$，得$b=a+\dfrac{1}{a}$，

而$c^2+d^2=1$表示以$\left(0,0\right)$为圆心，1为半径的圆，$\left(c,d\right)$为圆上一点，

则$\left(a,b\right)$与圆心$\left(0,0\right)$的距离为：$\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{a^2+\left(a+\dfrac{1}{a}\right)^2}=\sqrt{2a^2+\dfrac{1}{a^2}+2}\geq\sqrt{2\sqrt{2a^2\cdot\dfrac{1}{a^2}}+2}=\sqrt{2\sqrt{2}+2}$，

当且仅当$2a^2=\dfrac{1}{a^2}$，即$a=\pm\sqrt[4]{\dfrac{1}{2}}$时等号成立，

此时$\left(a,b\right)$与圆心$\left(0,0\right)$的距离最小，即$\left(a,b\right)$与$\left(c,d\right)$两点间距离的平方最小，

即$(a-c)^2+(b-d)^2$取得最小值.

当$a=\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$时，$ab=a^2+1=\frac{\sqrt{2}}{2}+1$，

故答案为：$\frac{\sqrt{2}}{2}+1$.

【点睛】关键点点睛：本题的解题关键是能够将问题转化为圆$c^2+d^2=1$上的点到$b=a+\frac{1}{a}$上的点的距离的最小值的求解问题，进而求解.

三、问答题

14.（2023上·上海浦东新·高三统考期末）已知函数$y=f(x)$，其中$f(x)=\frac{4^x+k}{2^x}(k\in\mathrm{R})$.

(1)是否存在实数k，使函数$y=f(x)$是奇函数？若存在，请写出证明.

(2)当$k=1$时，若关于x的不等式$f(x)\geq a$恒成立，求实数a的取值范围.

【答案】(1)$k=-1$，证明见解析

(2)$(-\infty,2]$

【分析】（1）$f(x)$是奇函数，利用$f(0)=0$解出k并检验即可.

（2）利用基本不等式求$f(x)$的最小值解决恒成立问题.

【详解】（1）函数$f(x)=\frac{4^x+k}{2^x}$定义域为**R**，若$f(x)$是奇函数，则$f(0)=1+k=0$，解得$k=-1$，

此时$f(x)=\frac{4^x-1}{2^x}=2^x-2^{-x}$，$f(-x)=2^{-x}-2^x=-\left(2^x-2^{-x}\right)=-f(x)$，符合题意，

故$k=-1$.

（2）当$k=1$时，$f(x)=\frac{4^x+1}{2^x}=2^x+\frac{1}{2^x}$，

由$2^x>0$，则$2^x+\frac{1}{2^x}\geq 2\sqrt{2^x\cdot\frac{1}{2^x}}=2$，当且仅当$2^x=\frac{1}{2^x}$，即$x=0$时等号成立，

所以$f(x)\geq 2$，又不等式$f(x)\geq a$恒成立，得$a\leq 2$，

则实数a的取值范围为$(-\infty,2]$.

15.（2023上·上海虹口·高三统考期末）已知$y=f(x)$与$y=g(x)$都是定义在$(0,+\infty)$上的函数，若对任意x_1，$x_2\in(0,+\infty)$，当$x_1<x_2$时，都有$g(x_1)\leq\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}\leq g(x_2)$，则称$y=g(x)$是$y=f(x)$的一个“控制函数”.

(1)判断$y=2x$是否为函数$y=x^2(x>0)$的一个控制函数，并说明理由；

(2)设 $f(x)=\ln x$ 的导数为 $f'(x)$，$0<a<b$，求证：关于 x 的方程 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(x)$ 在区间 (a,b) 上有实数解；

(3)设 $f(x)=x\ln x$，函数 $y=f(x)$ 是否存在控制函数？若存在，请求出 $y=f(x)$ 的控制函数；若不存在，请说明理由.

【答案】(1)是，理由见解析

(2)证明见解析

(3)存在，$y=\ln x$

【分析】（1）根据已知控制函数的定义，即可得出结论；

（2）设 $y=\ln x-x+1$，$x>0$，由其导数得出其在 $x>0$ 上的最大值为 0，则 $\ln\dfrac{b}{a}-\dfrac{b}{a}+1<0$，$\ln\dfrac{a}{b}-\dfrac{a}{b}+1<0$，变形化简得出 $\dfrac{1}{b}<\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}<\dfrac{1}{a}$，而 $f'(x)=\dfrac{1}{x}$ 在区间 (a,b) 上的值域为 $\left(\dfrac{1}{b},\dfrac{1}{a}\right)$，即可证明；

（3）由上面两问可看出控制函数可能是原函数的导数，证明 $\ln x_1<\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<\ln x_2$，根据不等式的运算可以证明，发现控制函数可能是原函数的导数去掉常数项.

【详解】（1）对任意 $0<x_1<x_2$，则 $\dfrac{x_1^2-x_2^2}{x_1-x_2}=\dfrac{(x_1-x_2)(x_1+x_2)}{x_1-x_2}=x_1+x_2$，且 $2x_1\le x_1+x_2\le 2x_2$，

故 $y=2x$ 是函数 $y=x^2(x>0)$ 的一个控制函数；

（2）因为 $0<a<b$，则 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}=\dfrac{\ln b-\ln a}{b-a}=\dfrac{\ln\dfrac{b}{a}}{b-a}$，

则 $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}-\dfrac{1}{a}=\dfrac{\ln\dfrac{b}{a}}{b-a}-\dfrac{1}{a}$，$\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}-\dfrac{1}{b}=\dfrac{\ln\dfrac{a}{b}}{a-b}-\dfrac{1}{b}$

$\because 0<a<b$，$\therefore \dfrac{b}{a}>1$，$0<\dfrac{b}{a}<1$

设 $y=\ln x-x+1$，$x>0$

在 $x>1$ 上 $y'=\dfrac{1}{x}-1<0$，在 $0<x<1$ 上 $y'=\dfrac{1}{x}-1>0$，

则 $y=\ln x-x+1$ 在 $x>1$ 单调递减，在 $0<x<1$ 上单调递增，

最大值 $y_{\max}=\ln 1-1+1=0$，

$\because 0<a<b$，$\therefore \dfrac{b}{a}>1$，$0<\dfrac{b}{a}<1$，$b-a>0$，$a-b<0$，

$\therefore \ln\frac{b}{a}-\frac{b}{a}+1<0$， $\ln\frac{a}{b}-\frac{a}{b}+1<0$，

则 $\ln\frac{b}{a}-\frac{b-a}{a}<0$，

$\because b-a>0$

$\therefore \frac{\ln\frac{b}{a}}{b-a}-\frac{1}{a}<0$， 即 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}<\frac{1}{a}$，

同理， $\ln\frac{a}{b}-\frac{a-b}{b}<0$，

Q $a-b<0$

$\therefore \ln\frac{a}{b}-\frac{a-b}{b}>0$， 即 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}>\frac{1}{b}$

综上： $\frac{1}{b}<\frac{f(b)-f(a)}{b-a}<\frac{1}{a}$，

$f'(x)=\frac{1}{x}$， 在区间 (a,b) 上的值域为 $\left(\frac{1}{b},\frac{1}{a}\right)$，

则 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=f'(x)$ 在区间 (a,b) 上有实数解.

（3） $f(x)=x\ln x$， 则 $\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=\frac{x_1\ln x_1-x_2\ln x_2}{x_1-x_2}$， 其中 $0<x_1<x_2$

$\frac{x_1\ln x_1-x_2\ln x_2}{x_1-x_2}-\ln x_1$，

$=\frac{x_1\ln x_1-x_2\ln x_2}{x_1-x_2}-\frac{x_1\ln x_1-x_2\ln x_1}{x_1-x_2}$，

$=\frac{-x_2\ln x_2+x_2\ln x_1}{x_1-x_2}=\frac{x_2\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}$，

$\because 0<x_1<x_2$， $\therefore 0<\frac{x_1}{x_2}<1, x_1-x_2<0$，

$\therefore \ln\frac{x_1}{x_2}<0$， 则 $\frac{x_2\ln\frac{x_1}{x_2}}{x_1-x_2}>0$， 即 $\frac{x_1\ln x_1-x_2\ln x_2}{x_1-x_2}>\ln x_1$，

同理 $\frac{x_1\ln x_1-x_2\ln x_2}{x_1-x_2}<\ln x_2$，

即 $\ln x_1<\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<\ln x_2$，

则 $y=\ln x$ 是 $y=f(x)$ 的一个控制函数.

【点睛】关键点睛：对于函数的新定义题要理解好定义的内容，不等式运算时注意不等式的要求，变号时要多注意，一般的大题在前面的问题和后面的问题有联系，后面的问题没有思路时看看前面的问题，