平面向量

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、填空题

1．（2023·上海嘉定·统考一模）已知$\vec{a}=(2,1),\vec{b}=(-1,2)$，则$2\vec{a}+3\vec{b}=$____________．

2．（2023·上海长宁·统考一模）设向量$\vec{a}=(1,-2),\vec{b}=(-1,m)$，若$\vec{a}\ /\!/\ \vec{b}$，则$m=$__________．

3．（2023·上海宝山·统考一模）已知向量$\vec{a}=(2m,1)$，$\vec{b}=(1,m-3)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则实数$m=$________

4．（2023·上海杨浦·统考一模）已知向量$\vec{a}=(3,0)$，$\vec{b}=(-2,2\sqrt{3})$，则$\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的投影为________．

5．（2023上·上海松江·高三统考期末）已知向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(4,3)$，则$\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=$________

6．（2023上·上海浦东新·高三统考期末）已知向量$\vec{a}=(3,4)$，向量$\vec{b}=(1,0)$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为____________．

7．（2023·上海闵行·统考一模）若平面上的三个单位向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$满足$|\vec{a}\cdot\vec{b}|=\frac{1}{2}$，$|\vec{a}\cdot\vec{c}|=\frac{\sqrt{3}}{2}$，则$\vec{b}\cdot\vec{c}$的所有可能的值组成的集合为________．

8．（2023·上海青浦·统考一模）已知向量$\vec{d}=(1,-1)$垂直于直线l的法向量，过$A(1,1)$、$B(-1,8)$分别作直线l的垂线，对应垂足为A_1和B_1，若$\overrightarrow{A_1B_1}=\lambda\vec{d}$，则实数$\lambda$的值为______．

9．（2023·上海崇明·统考一模）已知不平行的两个向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{3}$．若对任意的$t\in\mathrm{R}$，都有$|\vec{b}-t\vec{a}|\geq 2$成立，则$|\vec{b}|$的最小值等于__________．

10．（2023上·上海虹口·高三统考期末）设$\overrightarrow{a_1}$，$\overrightarrow{a_2}$，$\overrightarrow{a_3}$，$\overset{\text{u}}{b_1}$，$\overrightarrow{b_2}$，$\overrightarrow{b_3}$是平面上两两不相等的向量，若$|\overrightarrow{a_1}-\overrightarrow{a_2}|=|\overrightarrow{a_2}-\overrightarrow{a_3}|=|\overrightarrow{a_3}-\overrightarrow{a_1}|=2$，且对任意的$i$，$j\in\{1,2,3\}$，均有$|\overrightarrow{a_i}-\overrightarrow{b_j}|\in\{1,\sqrt{3}\}$，则$|\overrightarrow{b_1}-\overrightarrow{b_2}|+|\overrightarrow{b_2}-\overrightarrow{b_3}|+|\overrightarrow{b_3}-\overrightarrow{b_1}|=$________．

二、问答题

11．（2023·上海嘉定·统考一模）已知三角形ABC，$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=1$，三角形的面积$S=\frac{1}{2}$，

(1)求角C的值；

(2)若$\sin A\cos A=\frac{\sqrt{3}}{4}$，$a=2$求$c$．

12．（2023·上海奉贤·统考一模）已知椭圆$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的焦距为$2\sqrt{3}$，离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆的左右

焦点分别为F_1、F_2，直角坐标原点记为O．设点$P(0,t)$，过点P作倾斜角为锐角的直线l与椭圆交于不同的两点B、C．

(1)求椭圆的方程；

(2)设椭圆上有一动点T，求$\overrightarrow{PT}\cdot\left(\overrightarrow{TF_1}-\overrightarrow{TF_2}\right)$的取值范围；

(3)设线段BC的中点为M，当$t\geq\sqrt{2}$时，判别椭圆上是否存在点Q，使得非零向量$\overrightarrow{OM}$与向量$\overrightarrow{PQ}$平行，请说明理由．

平面向量

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、填空题

1.（2023·上海嘉定·统考一模）已知$\vec{a}=(2,1),\vec{b}=(-1,2)$，则$2\vec{a}+3\vec{b}=$____________.

【答案】$(1,8)$

【分析】根据向量坐标的线性运算可得答案.

【详解】因为$\vec{a}=(2,1),\vec{b}=(-1,2)$，所以$2\vec{a}+3\vec{b}=2(2,1)+3(-1,2)=(1,8)$.

故答案为：$(1,8)$.

2.（2023·上海长宁·统考一模）设向量$\vec{a}=(1,-2),\vec{b}=(-1,m)$，若$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$，则$m=$__________.

【答案】2

【分析】根据向量平行的坐标表示分析求解.

【详解】因为$\vec{a}\,/\!/\,\vec{b}$，则$1\times m=(-2)\times(-1)$，解得$m=2$.

故答案为：2.

3.（2023·上海宝山·统考一模）已知向量$\vec{a}=(2m,1)$，$\vec{b}=(1,m-3)$，若$\vec{a}\perp\vec{b}$，则实数$m=$________

【答案】1

【分析】利用平面向量的数量积与向量垂直的关系，结合坐标运算求解即可.

【详解】因为向量$\vec{a}=(2m,1)$，$\vec{b}=(1,m-3)$，$\vec{a}\perp\vec{b}$，

所以$\vec{a}\cdot\vec{b}=(2m,1)\cdot(1,m-3)=2m+m-3=0$，解得$m=1$.

故答案为：1.

4.（2023·上海杨浦·统考一模）已知向量$\vec{a}=(3,0)$，$\vec{b}=(-2,2\sqrt{3})$，则$\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的投影为________.

【答案】-2

【分析】直接利用向量的投影公式计算即可.

【详解】向量$\vec{a}=(3,0)$，$\vec{b}=(-2,2\sqrt{3})$，

则$\vec{b}$在$\vec{a}$方向上的投影为$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|}=\dfrac{-6}{3}=-2$.

故答案为：-2

5．（2023上·上海松江·高三统考期末）已知向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(4,3)$，则$\vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=$________

【答案】0

【分析】根据向量的坐标运算求解即可.

【详解】$\because \vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(4,3)$，$\therefore 2\vec{a}-\vec{b}=(-2,1)$，

$\therefore \vec{a}\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=1\times(-2)+2\times1=0$.

故答案为：0.

6．（2023上·上海浦东新·高三统考期末）已知向量$\vec{a}=(3,4)$，向量$\vec{b}=(1,0)$，则向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为____________.

【答案】$(3,0)$

【分析】根据题意，求得$\vec{a}\cdot\vec{b}=3,|\vec{b}|=1$，结合投影向量公式，求得$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}=3$，即可求解.

【详解】由向量$\vec{a}=(3,4)$，$\vec{b}=(1,0)$，可得$\vec{a}\cdot\vec{b}=3,|\vec{b}|=1$，可得$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{b}|}=3$，

所以向量$\vec{a}$在向量$\vec{b}$上的投影向量为$3\vec{b}=(3,0)$.

故答案为：$(3,0)$.

7．（2023·上海闵行·统考一模）若平面上的三个单位向量$\vec{a}$、$\vec{b}$、$\vec{c}$满足$|\vec{a}\cdot\vec{b}|=\dfrac{1}{2}$，$|\vec{a}\cdot\vec{c}|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，则$\vec{b}\cdot\vec{c}$的所有可能的值组成的集合为________.

【答案】$\left\{-\dfrac{\sqrt{3}}{2},0,\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right\}$

【分析】不妨设$\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$\vec{c}=(\cos\beta,\sin\beta)$，其中$\alpha$、$\beta\in[-\pi,\pi)$，根据平面向量数量积的坐标运算可得出$\alpha$、$\beta$的值，求出$\alpha-\beta$的值，再利用平面向量数量积的坐标运算结合两角差的余弦公式可求得$\vec{b}\cdot\vec{c}$的值.

【详解】不妨设$\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(\cos\alpha,\sin\alpha)$，$\vec{c}=(\cos\beta,\sin\beta)$，其中$\alpha$、$\beta\in[-\pi,\pi)$，

则$|\vec{a}\cdot\vec{b}|=|\cos\alpha|=\dfrac{1}{2}$，所以，$\alpha=\pm\dfrac{\pi}{3}$或$\pm\dfrac{2\pi}{3}$，

$|\vec{a}\cdot\vec{c}|=|\cos\beta|=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，所以，$\beta=\pm\dfrac{\pi}{6}$或$\pm\dfrac{5\pi}{6}$，

所以，$\alpha-\beta\in\left\{\dfrac{\pi}{6},\dfrac{\pi}{2},-\dfrac{\pi}{6},-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{7\pi}{6},-\dfrac{7\pi}{6},\dfrac{5\pi}{6},-\dfrac{5\pi}{6},\dfrac{3\pi}{2},-\dfrac{3\pi}{2}\right\}$，

因为$\vec{b}\cdot\vec{c}=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha-\beta)$，

当$\alpha-\beta\in\left\{\frac{\pi}{2},-\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2},-\frac{3\pi}{2}\right\}$时，$\vec{b}\cdot\vec{c}=\cos(\alpha-\beta)=0$；

当$\alpha-\beta\in\left\{\frac{\pi}{6},-\frac{\pi}{6}\right\}$时，$\vec{b}\cdot\vec{c}=\cos(\alpha-\beta)=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

当$\alpha-\beta\in\left\{\frac{7\pi}{6},-\frac{7\pi}{6},\frac{5\pi}{6},-\frac{5\pi}{6}\right\}$时，$\vec{b}\cdot\vec{c}=\cos(\alpha-\beta)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

所以，$\vec{b}\cdot\vec{c}$的所有可能的值组成的集合为$\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$.

故答案为：$\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2}\right\}$.

8.（2023·上海青浦·统考一模）已知向量$\vec{d}=(1,-1)$垂直于直线l的法向量，过$A(1,1)$、$B(-1,8)$分别作直线l的垂线，对应垂足为A_1和B_1，若$\overrightarrow{A_1B_1}=\lambda\vec{d}$，则实数$\lambda$的值为______.

【答案】$-\frac{9}{2}$

【分析】$\overrightarrow{A_1B_1}$为$\overrightarrow{AB}$在$\vec{d}=(1,-1)$上的投影向量，得到$\lambda=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\vec{d}}{|\vec{d}|^2}$，计算得到答案.

【详解】$\overrightarrow{A_1B_1}$为$\overrightarrow{AB}$在$\vec{d}=(1,-1)$上的投影向量，故$\overrightarrow{A_1B_1}=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\vec{d}}{|\vec{d}|^2}\cdot\vec{d}=\lambda\vec{d}$，$\overrightarrow{AB}=(-2,7)$，

故$\lambda=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\vec{d}}{|\vec{d}|^2}=\frac{-2-7}{2}=-\frac{9}{2}$.

故答案为：$-\frac{9}{2}$.

9.（2023·上海崇明·统考一模）已知不平行的两个向量$\vec{a},\vec{b}$满足$|\vec{a}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{3}$．若对任意的$t\in\mathrm{R}$，都有$|\vec{b}-t\vec{a}|\geq 2$成立，则$|\vec{b}|$的最小值等于__________.

【答案】$\sqrt{7}$

【分析】先由数量积的定义推得$m\geq\sqrt{3}$，再将问题转化为二次不等式恒成立的问题，从而得解.

【详解】依题意，设$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角为$\theta(0\leq\theta\leq\pi)$，$|\vec{b}|=m(m>0)$，

因为$|\vec{a}|=1$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{3}$，所以$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta=\sqrt{3}$，即$m\cdot\cos\theta=\sqrt{3}$，

则$\cos\theta=\frac{\sqrt{3}}{m}=[-1,1]$，所以$m\geq\sqrt{3}$，

因为对任意的$t\in\mathrm{R}$，都有$|\vec{b}-t\vec{a}|\geq 2$成立，

所以$\left(\vec{b}-t\vec{a}\right)^2\geq 4$，即$\vec{b}^2-2t\vec{a}\cdot\vec{b}+t^2\vec{a}^2\geq 4$，即$t^2-2\sqrt{3}t+m^2-4\geq 0$对于$t\in R$恒成立，

故$\Delta=\left(2\sqrt{3}\right)^2-4\left(m^2-4\right)\leq 0$，又$m>0$，解得$m\geq\sqrt{7}$，

综上，$m\geq\sqrt{7}$，则$\left|\vec{b}\right|$的最小值为$\sqrt{7}$.

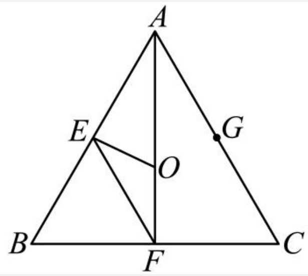
故答案为：$\sqrt{7}$.

10．（2023 上·上海虹口·高三统考期末）设$\vec{a_1}$，$\vec{a_2}$，$\vec{a_3}$，$\vec{b_1}$，$\vec{b_2}$，$\vec{b_3}$是平面上两两不相等的向量，若$\left|\vec{a_1}-\vec{a_2}\right|=\left|\vec{a_2}-\vec{a_3}\right|=\left|\vec{a_3}-\vec{a_1}\right|=2$，且对任意的$i$，$j\in\{1,2,3\}$，均有$\left|\vec{a_i}-\vec{b_j}\right|\in\left\{1,\sqrt{3}\right\}$，则$\left|\vec{b_1}-\vec{b_2}\right|+\left|\vec{b_2}-\vec{b_3}\right|+\left|\vec{b_3}-\vec{b_1}\right|=$________.

【答案】3

【分析】作出图形，根据图形的几何意义求解即可.

【详解】由$\left|\vec{a_1}-\vec{a_2}\right|=\left|\vec{a_2}-\vec{a_3}\right|=\left|\vec{a_3}-\vec{a_1}\right|=2$，得向量$\vec{a_1}$、$\vec{a_2}$、$\vec{a_3}$分别看作是以$O$为起点，以$A,B,C$为终点的向量，且$\triangle ABC$是边长为 2 的正三角形，$O$为正$\triangle ABC$的中心，



由对任意的$i,j\in\{1,2,3\}$，均有$\left|\vec{a_i}-\vec{b_j}\right|\in\left\{1,\sqrt{3}\right\}$，得向量$\vec{b_1}$、$\vec{b_2}$、$\vec{b_3}$是以$O$为起点，$\triangle ABC$各边中点$E,F,G$为终点的向量，则$\left|\vec{b_1}-\vec{b_2}\right|=\left|\vec{b_2}-\vec{b_3}\right|=\left|\vec{b_3}-\vec{b_1}\right|=1$，

所以$\left|\vec{b_1}-\vec{b_2}\right|+\left|\vec{b_2}-\vec{b_3}\right|+\left|\vec{b_3}-\vec{b_1}\right|=3$.

故答案为：3

【点睛】思路点睛：涉及向量的模探求向量问题，可以借助向量的几何意义，作出符合要求的图形，数形结合求解作答.

二、问答题

11．（2023·上海嘉定·统考一模）已知三角形ABC，$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=1$，三角形的面积$S=\dfrac{1}{2}$，

(1)求角C的值；

(2)若$\sin A\cos A=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，$a=2$求$c$.

【答案】(1) $C=\frac{\pi}{4}$

(2) $c=2\sqrt{2}$ 或 $c=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

【分析】(1)根据 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=1$ 求得 $|\overrightarrow{CA}|\cdot|\overrightarrow{CB}|=\frac{1}{\cos C}$，根据 $S=\frac{1}{2}$，求得 $|CA|\cdot|CB|=\frac{1}{\sin C}$，联立两式求角 C 的值；

(2)由 $\sin A\cos A=\frac{\sqrt{3}}{4}$ 求得 $\sin 2A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，结合 A 角的范围与 $\sin 2A$ 的正负确定 A 角的值，分两种情况利用正弦定理求 c 值.

【详解】(1) 根据 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=1$，有 $\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}=|\overrightarrow{CA}|\cdot|\overrightarrow{CB}|\cdot\cos C=1$，即 $|\overrightarrow{CA}|\cdot|\overrightarrow{CB}|=\frac{1}{\cos C}$，

又因为 $S=\frac{1}{2}$，$S=\frac{1}{2}|CA|\cdot|CB|\cdot\sin C=\frac{1}{2}$，即 $|CA|\cdot|CB|=\frac{1}{\sin C}$，

所以 $\frac{1}{\sin C}=\frac{1}{\cos C}$，所以 $\sin C=\cos C$，即 $\tan C=1$，

因为 $C\in(0,\pi)$，所以 $C=\frac{\pi}{4}$

(2) 由 $\sin A\cos A=\frac{\sqrt{3}}{4}$，有 $\frac{1}{2}(2\sin A\cos A)=\frac{\sqrt{3}}{4}$，$\sin 2A=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又因为 $A\in(0,\pi),2A\in(0,2\pi)$，结合 $\sin 2A=\frac{\sqrt{3}}{2}>0$，有 $2A\in(0,\pi)$，即 $A\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$，

所以 $2A=\frac{\pi}{3}$ 或 $2A=\frac{2\pi}{3}$，即 $A=\frac{\pi}{6}$ 或 $A=\frac{\pi}{3}$；

因为 $C=\frac{\pi}{4}$，$A+C<\pi$，两值都符合题意，所以：

当 $A=\frac{\pi}{6}$，由正弦定理有 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，

即 $\frac{2}{\sin\frac{\pi}{6}}=\frac{c}{\sin\frac{\pi}{4}}$，$\frac{2}{\frac{1}{2}}=\frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$，解得 $c=2\sqrt{2}$；

当 $A=\frac{\pi}{3}$，由正弦定理有 $\frac{a}{\sin A}=\frac{c}{\sin C}$，

即 $\frac{2}{\sin\frac{\pi}{3}}=\frac{c}{\sin\frac{\pi}{4}}$，$\frac{2}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{a}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$，解得 $c=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

综上：$A=\frac{\pi}{6}$ 时，$c=2\sqrt{2}$；$A=\frac{\pi}{3}$ 时，$c=\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

12.（2023·上海奉贤·统考一模）已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的焦距为 $2\sqrt{3}$，离心率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$，椭圆的左右焦点分别为 F_1、F_2，直角坐标原点记为 O．设点 $P(0,t)$，过点 P 作倾斜角为锐角的直线 l 与椭圆交于不同的两点 B、C.

(1)求椭圆的方程；

(2)设椭圆上有一动点T，求$\overrightarrow{PT}\cdot\left(\overrightarrow{TF_1}-\overrightarrow{TF_2}\right)$的取值范围；

(3)设线段BC的中点为M，当$t\geq\sqrt{2}$时，判别椭圆上是否存在点Q，使得非零向量$\overrightarrow{OM}$与向量$\overrightarrow{PQ}$平行，请说明理由.

【答案】(1)$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$

(2)$\left[-4\sqrt{3},4\sqrt{3}\right]$

(3)不存在点Q，使得$\overrightarrow{OM}//\overrightarrow{PQ}$，理由见解析

【分析】（1）由题意计算即可得；

（2）由设出T点坐标，表示出$\overrightarrow{PT}$，结合$\overrightarrow{TF_1}-\overrightarrow{TF_2}=-\overrightarrow{F_1F_2}$与$T$点坐标范围计算即可得.

（3）设出直线方程后联立得一元二次方程，由直线l与椭圆交于不同的两点可得该方程$\Delta>0$，并由方程中的韦达定理表示出直线OM斜率，假设存在该点Q，则有$k_{PQ}=k_{OM}$，借此设出直线PQ方程，则该直线与椭圆必有焦点，即联立后有$\Delta\geq0$，结合前面所得可计算出t的范围.

【详解】（1）由题意，得$c=\sqrt{3}$，$a=2$，所以$b=\sqrt{a^2-c^2}=1$，

则椭圆的标准方程为$\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$；

（2）设动点$T(x,y)$，$\overrightarrow{F_1F_2}=\left(2\sqrt{3},0\right)$，$\overrightarrow{PT}=(x,y-t)$，

$\overrightarrow{PT}\cdot\left(\overrightarrow{TF_1}-\overrightarrow{TF_2}\right)=-\overrightarrow{PT}\cdot\overrightarrow{F_1F_2}=-2\sqrt{3}x$，

$\because x\in[-2,2]$，所以$\overrightarrow{PT}\cdot\left(\overrightarrow{TF_1}-\overrightarrow{TF_2}\right)$的取值范围为$\left[-4\sqrt{3},4\sqrt{3}\right]$；

（3）显然直线的斜率存在，故可设直线$l:y=kx+t$，$B(x_1,y_1)$、$C(x_2,y_2)$，

联立$\begin{cases}y=kx+t\\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$，消去$y$得$\left(1+4k^2\right)x^2+8ktx+4t^2-4=0$，

$\Delta=-16t^2+64k^2+16>0$，即$k^2>\dfrac{t^2-1}{4}$①，

则$x_1+x_2=-\dfrac{8kt}{1+4k^2}$，$x_1x_2=\dfrac{4t^2-4}{1+4k^2}$，

则$\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{4kt}{1+4k^2}$，$\dfrac{y_1+y_2}{2}=\dfrac{k\left(x_1+x_2\right)+2t}{2}=-\dfrac{4k^2t}{1+4k^2}+t=\dfrac{t}{1+4k^2}$，

则$x_M=\left(-\dfrac{4kt}{1+4k^2},\dfrac{t}{1+4k^2}\right)$，

故 $k_{OM}=-\frac{1}{4k}$，

若 $\overrightarrow{OM}//\overrightarrow{PQ}$，则有 $k_{PQ}=k_{OM}=-\frac{1}{4k}$，

设直线 PQ 为 $y=-\frac{1}{4k}x+t$，

联立 $\begin{cases} y=-\frac{1}{4k}x+t \\ \frac{x^2}{4}+y^2=1 \end{cases}$，消去 y 有 $\left(1+\frac{1}{4k^2}\right)x^2-\frac{2t}{k}x+4t^2-4=0$，

要使得存在点 Q，则 $\Delta_2=\frac{4t^2}{k^2}-4\left(1+\frac{1}{4k^2}\right)\left(4t^2-4\right)\geq 0$，

整理得 $16+\frac{4}{k^2}-16t^2\geq 0$，

故 $k^2\leq\frac{1}{4t^2-4}$②，

由①②式得，$\frac{t^2-1}{4}<k^2\leq\frac{1}{4t^2-4}$，

则 $\frac{t^2-1}{4}<\frac{1}{4t^2-4}$，解得 $-\sqrt{2}<t<\sqrt{2}$，

所以当 $t\geq\sqrt{2}$ 时，不存在点 Q，使得 $\overrightarrow{OM}//\overrightarrow{PQ}$.