复数

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、复数

1．（2023·上海崇明·统考一模）若复数 $z=m^2-4+(m+2)\mathrm{i}$ （i 为虚数单位）是纯虚数，则实数 m 的值为__________．

2．（2023 上·上海浦东新·高三统考期末）若复数 $z=\dfrac{5}{1+2\mathrm{i}}$ （其中 i 表示虚数单位），则 $\operatorname{Im} z=$____________．

3．（2023 上·上海黄浦·高三统考期中）已知复数 $z=1-\mathrm{i}$ （i 为虚数单位），则满足 $\bar{z}\cdot w=z$ 的复数 w 为__________．

4．（2023 上·上海虹口·高三统考期末）设 i 为虚数单位，若 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}^2-\mathrm{i}^5}$，则 $\bar{z}=$（　）

A．$1-2\mathrm{i}$　　B．$1+2\mathrm{i}$　　C．$2-\mathrm{i}$　　D．$2+\mathrm{i}$

5．（2023·上海长宁·统考一模）复数 z 满足 $z=\dfrac{1}{1-\mathrm{i}}$ （i 为虚数单位），则 $|\bar{z}|=$__________．

6．（2023·上海普陀·统考一模）设 i 为虚数单位，若复数 z 满足 $\mathrm{i}z=1+2\mathrm{i}$.则 $|z-1|=$______．

7．（2023·上海杨浦·统考一模）若复数 z 满足 $\mathrm{i}z=-2+\mathrm{i}$（其中 i 为虚数单位），则 $|z|=$________．

8．（2023·上海青浦·统考一模）若复数 z 满足 $\mathrm{i}z=3+\mathrm{i}$，则 $|z|=$________．

9．（2023 上·上海松江·高三统考期末）已知复数 $z=2+\mathrm{i}$（其中 i 是虚数单位），则 $|\bar{z}|=$________

10．（2023·上海奉贤·统考一模）若 $2+a\mathrm{i}=(b\mathrm{i}-1)\mathrm{i}\ (a,b\in\mathbf{R})$，其中 i 是虚数单位，则 $a+b\mathrm{i}=$______________．

11．（2023·上海宝山·统考一模）已知 z 是复数，$\bar{z}$ 是其共轭复数，则下列命题中正确的是（　）

A．$z^2=|z|^2$

B．若 $|z|=1$，则 $|z-1-\mathrm{i}|$ 的最大值为 $\sqrt{2}+1$

C．若 $z=(1-2\mathrm{i})^2$，则复平面内 $\bar{z}$ 对应的点位于第一象限

D．若 $1-3\mathrm{i}$ 是关于 x 的方程 $x^2+px+q=0(p,\ q\in\mathrm{R})$ 的一个根，则 $q=-8$

12．（2023·上海闵行·统考一模）已知复数 z_1、z_2 在复平面内对应的点分别为 P、Q，$|OP|=5$（O 为坐标原点），且 $z_1^2-z_1z_2\cdot\sin\theta+z_2^2=0$，则对任意 $\theta\in\mathbf{R}$，下列选项中为定值的是（　）

A．$|OQ|$　　B．$|PQ|$　　C．$\triangle OPQ$ 的周长　　D．$\triangle OPQ$ 的面积

复数

学校:___________姓名：___________班级：___________考号：___________

一、复数

1．（2023·上海崇明·统考一模）若复数 $z=m^2-4+(m+2)\mathrm{i}$ （i 为虚数单位）是纯虚数，则实数 m 的值为__________.

【答案】2

【分析】由复数的概念列方程组求解即可.

【详解】由于复数 $z=m^2-4+(m+2)\mathrm{i}$ （i 为虚数单位）是纯虚数，所以 $\begin{cases} m^2-4=0 \\ m+2\neq 0 \end{cases}$，

解得 $m=2$，

故答案为：2.

2．（2023 上·上海浦东新·高三统考期末）若复数 $z=\dfrac{5}{1+2\mathrm{i}}$ （其中 i 表示虚数单位），则 $\mathrm{Im}\,z=$____________.

【答案】-2

【分析】根据复数的乘、除法运算可得 $z=1-2i$，结合虚部的定义即可求解.

【详解】由题意知，$z=\dfrac{5}{1+2\mathrm{i}}=\dfrac{5(1-2\mathrm{i})}{(1+2\mathrm{i})(1-2\mathrm{i})}=\dfrac{5-10\mathrm{i}}{5}=1-2\mathrm{i}$，

复数 z 的虚部为 -2，所以 $\mathrm{Im}\,z=-2$.

故答案为：-2

3．（2023 上·上海黄浦·高三统考期中）已知复数 $z=1-\mathrm{i}$ （i 为虚数单位），则满足 $\overline{z}\cdot w=z$ 的复数 w 为__________.

【答案】$-\mathrm{i}$

【分析】根据已知结合共轭复数得出 $\overline{z}=1+\mathrm{i}$，代入化简，即可得出答案.

【详解】$z=1-\mathrm{i}$，则 $\overline{z}=1+\mathrm{i}$，

则 $\overline{z}\cdot w=z$，为 $\left(1+\mathrm{i}\right)\cdot w=1-\mathrm{i}$，

即 $w=\dfrac{1-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}=\dfrac{\left(1-\mathrm{i}\right)^2}{\left(1+\mathrm{i}\right)\left(1-\mathrm{i}\right)}=\dfrac{1-2\mathrm{i}+\mathrm{i}^2}{1^2-\mathrm{i}^2}=\dfrac{-2\mathrm{i}}{2}=-\mathrm{i}$，

故答案为：$-\mathrm{i}$

4．（2023 上·上海虹口·高三统考期末）设 i 为虚数单位，若 $z=\dfrac{2-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}^2-\mathrm{i}^5}$，则 $\overline{z}=$（　　）

A．$1-2\mathrm{i}$　　B．$1+2\mathrm{i}$　　C．$2-\mathrm{i}$　　D．$2+\mathrm{i}$

【答案】A

【分析】根据复数的除法运算法则和共轭复数相关概念直接计算即可.

【详解】因为 $i^2=-1, i^5=i$，

所以 $z=\dfrac{2-i}{1+i^2-i^5}=\dfrac{2-i}{-i}=\dfrac{(2-i)\times i}{-i\times i}=1+2i$，

所以 $\overline{z}=1-2i$.

故选：A

5．（2023·上海长宁·统考一模）复数 z 满足 $z=\dfrac{1}{1-i}$（i 为虚数单位），则 $|\overline{z}|=$__________.

【答案】$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

【分析】根据复数的除法运算可得 $z=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$，在结合共轭复数的对于以及复数的模长公式运算求解.

【详解】由题意可得 $z=\dfrac{1}{1-i}=\dfrac{1+i}{(1-i)(1+i)}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$，

所以 $|\overline{z}|=\left|\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i\right|=\sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(-\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

故答案为：$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

6．（2023·上海普陀·统考一模）设 i 为虚数单位，若复数 z 满足 $iz=1+2i$.则 $|z-1|=$______.

【答案】$\sqrt{2}$

【分析】利用复数的除法求出 z，再由复数模的意义计算得解.

【详解】由 $iz=1+2i$，得 $z=\dfrac{1+2i}{i}=\dfrac{(1+2i)(-i)}{i\cdot(-i)}=2-i$，

所以 $|z-1|=|1-i|=\sqrt{1^2+(-1)^2}=\sqrt{2}$.

故答案为：$\sqrt{2}$

7．（2023·上海杨浦·统考一模）若复数 z 满足 $iz=-2+i$（其中 i 为虚数单位），则 $|z|=$________.

【答案】$\sqrt{5}$

【分析】计算 $z=1+2i$，再计算模长得到答案.

【详解】$iz=-2+i$，则 $z=\dfrac{-2+i}{i}=1+2i$，故 $|z|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

故答案为：$\sqrt{5}$

8．（2023·上海青浦·统考一模）若复数 z 满足 $iz=3+i$，则 $|z|=$________.

【答案】$\sqrt{10}$

【分析】根据复数的除法运算求出复数 z 的代数形式，再根据复数模公式运算得解.

【详解】$\because iz=3+i$，$\therefore z=\dfrac{3+i}{i}=\dfrac{i(3+i)}{i^2}=1-3i$，

$\therefore |z|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$.

故答案为：$\sqrt{10}$.

9.（2023上·上海松江·高三统考期末）已知复数 $z=2+i$（其中 i 是虚数单位），则 $|\bar{z}|=$________

【答案】$\sqrt{5}$

【分析】根据共轭复数、复数的模等知识求得正确答案.

【详解】依题意 $\bar{z}=2-i$，所以 $|\bar{z}|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$.

故答案为：$\sqrt{5}$

10.（2023·上海奉贤·统考一模）若 $2+ai=(bi-1)i\ (a,b\in\mathbf{R})$，其中 i 是虚数单位，则 $a+bi=$______________.

【答案】$-1-2i$/$-2i-1$

【分析】根据题意，由复数相等列出方程，即可得到结果.

【详解】因为 $2+ai=(bi-1)i=-b-i$，则 $\begin{cases}2=-b\\a=-1\end{cases}$，即 $a=-1,b=-2$，

所以 $a+bi=-1-2i$.

故答案为：$-1-2i$

11.（2023·上海宝山·统考一模）已知 z 是复数，$\bar{z}$ 是其共轭复数，则下列命题中正确的是（　）

A．$z^2=|z|^2$

B．若 $|z|=1$，则 $|z-1-i|$ 的最大值为 $\sqrt{2}+1$

C．若 $z=(1-2i)^2$，则复平面内 $\bar{z}$ 对应的点位于第一象限

D．若 $1-3i$ 是关于 x 的方程 $x^2+px+q=0(p,\ q\in R)$ 的一个根，则 $q=-8$

【答案】B

【分析】设出复数的代数形式计算判断 A；利用复数的几何意义判断 B；求出复数 $\bar{z}$ 判断 C；利用复数相等求出 q 判断 D.

【详解】对于 A，设 $z=a+bi(a,b\in R)$，则 $|z|^2=a^2+b^2, z^2=(a+bi)^2=a^2-b^2+2abi$，$z^2\neq|z|^2$，A 错误；

对于 B，由 $|z|=1$ 知，在复平面内表示复数 z 的点在以原点为圆心的单位圆上，

$|z-1-i|$ 可看作该单位圆上的点到点 $(1,1)$ 的距离，因为圆心到 $(1,1)$ 的距离为 $\sqrt{2}$，

则该单位圆上的点到点$(1,1)$的距离最大值为$\sqrt{2}+1$，B 正确；

对于 C，$z=(1-2\mathrm{i})^2=-3-4\mathrm{i},\overline{z}=-3+4\mathrm{i}$，则复平面内$\overline{z}$对应的点位于第二象限，C 错误；

对于 D，依题意，$(1-3\mathrm{i})^2+p(1-3\mathrm{i})+q=0$，整理得$(p+q-8)+(-3p-6)\mathrm{i}=0$，

而$p,q\in\mathrm{R}$，因此$\begin{cases}p+q-8=0\\-3p-6=0\end{cases}$，解得$p=-2,q=10$，D 错误.

故选：B.

12．（2023·上海闵行·统考一模）已知复数z_1、z_2在复平面内对应的点分别为P、Q，$|OP|=5$（O为坐标原点），且$z_1^2-z_1z_2\cdot\sin\theta+z_2^2=0$，则对任意$\theta\in\mathbf{R}$，下列选项中为定值的是（　）

A．$|OQ|$　　B．$|PQ|$　　C．$\triangle OPQ$的周长　　D．$\triangle OPQ$的面积

【答案】A

【分析】由已知可得出$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2-\frac{z_2}{z_1}\sin\theta+1=0$，求出方程$x^2-x\sin\theta+1=0$的虚根，结合复数模的性质可得出结论.

【详解】因为复数z_1、z_2在复平面内对应的点分别为P、Q，$|OP|=5$（O为坐标原点），则$z_1\neq0$，

由$z_1^2-z_1z_2\cdot\sin\theta+z_2^2=0$可得$\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2-\frac{z_2}{z_1}\sin\theta+1=0$，

对于方程$x^2-x\sin\theta+1=0$，则$\Delta=\sin^2\theta-4<0$，

解方程$x^2-x\sin\theta+1=0$可得$x=\frac{\sin\theta\pm\mathrm{i}\sqrt{4-\sin^2\theta}}{2}$，

所以，$\left|\frac{z_2}{z_1}\right|=|x|=\frac{\sqrt{\sin^2\theta+4-\sin^2\theta}}{2}=1=\frac{|z_2|}{|z_1|}$，所以，$|OQ|=|z_2|=|z_1|=|OP|=5$，

$\triangle OPQ$中，由于$\angle POQ$不是定值，则$\triangle OPQ$的面积、$|PQ|$均不为定值，

故选：A.