宝山区 2020 学年第一学期期末

高三年级数学学科教学质量监测试卷

（120 分钟，150 分）

考生注意：

1．本试卷包括试卷和答题纸两部分，答题纸另页，正反面；

2．在本试卷上答题无效，必须在答题纸上的规定位置按照要求答题；

3．可使用符合规定的计算器答题．

一、填空题（本题满分 54 分）本大题共有 12 题，1-6 每题 4 分，7-12 每题 5 分，要求在答题纸相应题序的空格内直接填写结果，每个空格填对得分，否则一律得零分．

1.若集合 $A=(-\infty,-3),B=(-4,+\infty)$，则 $A\cap B=$____________.

2.抛物线 $y^2=6x$ 的准线方程为____________.

3.已知复数 z 满足 $\dfrac{1}{z-1}=i$（i 为虚数单位），则 $z=$____________.

4.设 $\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(2,1)$，则 $\vec{a}$ 和 $\vec{b}$ 的夹角大小为____________．（结果用反三角函数表示）.

5.已知二项式 $\left(2x+\dfrac{1}{x}\right)^6$，则其展开式中的常数项为____________.

6.若实数 x,y 满足 $\begin{cases}x\ge 0\\ 2x-y\le 0\\ x+y-3\le 0\end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最大值为____________.

7.已知圆锥的底面半径为 1，高为 $\sqrt{3}$，则该圆锥侧面展开图的圆心角 θ 的大小为____________.

8.方程 $\cos 2x-\sin x=0$ 在区间 $[0,\pi]$ 上的所有解的和为____________.

9.已知函数 $f(x)$ 的周期为 2，且当 $0<x\le 1$ 时，$f(x)=\log_4 x$，那么 $f\left(\dfrac{9}{2}\right)=$____________.

10.设数列 $\{x_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，对任意 $n\in N^*$，均有 $S_n+x_n=-1$，则 $S_6=$____________.

11.设函数 $f(x)=a\cdot\sin 2x+b\cdot\cos 2x(a,b\in R)$，给出下列的结论：

①当 $a=0,b=1$ 时，$f(x)$ 为偶函数；

②当 $a=1,\ b=0$ 时，$f(2x)$ 在区间 $\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$ 上是单调函数；

③当 $a=\sqrt{3},b=-1$ 时，$f\left(\left|\dfrac{x}{2}\right|\right)$ 在区间 $(-2\pi,2\pi)$ 上恰有 3 个零点；

④当 $a=\sqrt{3}, b=1$ 时，设 $f(x)$ 在区间 $\left[t,t+\frac{\pi}{4}\right](t\in R)$ 上的最大值为 $\varphi(t)$ ，最小值为 $\psi(t)$，则 $\varphi(t)-\psi(t)$

则所有正确结论的序号是_________.

12.若定义在 N 上的函数 $f(x),g(x)$ 满足：存在 $x_0\in N$，使得 $f\left(x_0\right)<g\left(x_0\right)$ 成立，则称 $f(x)$ 与 $g\left(x\right)$ 在 N 上具有性质 $P(f,g)$，设函数 $f(x)=\frac{a^x-1}{2}$ 与 $g(x)=x^3$，其中，$a>0$，已知 $f(x)$ 与 $g\left(x\right)$ 在上不具有性质 $P(f,g)$，将 a 的最小值记为 a_0。设有穷数列 $\left\{b_n\right\}$ 满足 $b_1=1,b_{n+1}=1+b_n\left(n\in N^*,n\le 504\times\left[a_0\right]\right)$，这里 $\left[a_0\right]$ 表示不超过 a_0 的最大整数。若去掉 $\left\{b_n\right\}$ 中的一项 b_t 后，剩下的所有项之和恰可表为 $m^2\left(m\in N^*\right)$ ，则 b_{t+m} 的值为_________.

二、选择题（本题满分 20 分）本大题共有 4 题，每题都给出四个结论，其中有且只有一个结论是正确的，必须把答题纸上相应题序内的正确结论代号涂黑，选对得 5 分，否则一律得零分.

13.直线 $x+3y-1=0$ 的一个法向量可以是（　　）

$A.\ (3,-1)$　　$B.\ (3,1)$　　$C.\ (1,3)$　　$D.\ (-1,3)$

14.“函数 $f(x)=\sin(\omega x)$（$x,\omega\in R$，且 $\omega\ne 0$）的最小正周期为 2”，是“$\omega=\pi$”的（　　）

$A.$ 充分非必要条件　　$B.$ 必要非充分条件

$C.$ 充要条件　　$D.$ 既非充分也非必要条件

15.从 $0,1,2,3,4,5,6,7,8,9$ 这 10 个数中任取 5 个不同的数，则这 5 个不同的数的中位数为 4 的概率为（　　）

$A.\ \frac{1}{21}$　　$B.\ \frac{3}{21}$　　$C.\ \frac{5}{21}$　　$D.\ \frac{7}{21}$

16.下列结论中错误的是（　　）

$A.$ 存在实数 x,y 满足 $\begin{cases}|x|\le 1\\|x+y|\le 1\end{cases}$，并使得 $4(x+1)(y+1)>9$ 成立；

$B.$ 存在实数 x,y 满足 $\begin{cases}|x|\le 1\\|x+y|\le 1\end{cases}$，并使得 $4(x+1)(y+1)=7$ 成立；

$C.$ 满足 $\begin{cases}|x|\le 1\\|x+y|\le 1\end{cases}$，且使得 $4(x+1)(y+1)=-9$ 成立的实数 x,y 不存在；

$D.$ 满足 $\begin{cases}|x|\le 1\\|x+y|\le 1\end{cases}$，且使得成 $4(x+1)(y+1)<-9$ 立的实数 x,y 不存在.

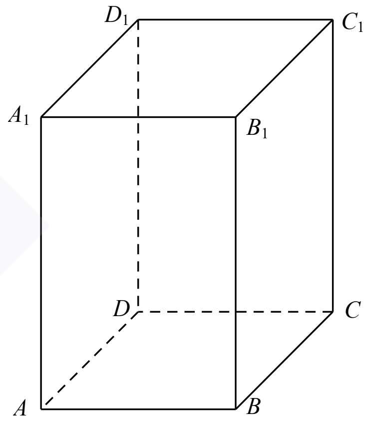
三、解答题（本题满分 76 分）本大题共有 5 题，解答下列各题必须在答题纸的规定区域（对应的题号）内写出必要的步骤.

17.（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，T 为 DD_1 上一点，已知 $DT=2,AB=4,BC=2$， $AA_1=6$.

（1）求直线 TC 与平面 $ABCD$ 所成角的大小（用反三角函数表示）；

（2）求点 C_1 到平面 A_1TC 的距离.



18.（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

已知函数 $f(x)=x+\dfrac{m}{x-1}(m\in R)$.

（1）当 $m=1$ 时，解不等式 $f(x)+1>f(x+1)$；

（2）设 $x\in[3,4]$，且函数 $y=f(x)+3$ 存在零点，求实数 m 的取值范围.

19.**（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）**

设函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(\omega>0,-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的最小正周期为 2π，且 $f(x)$ 的图像过坐标原点.

（1）求 ω、φ 的值；

（2）在 ΔABC 中，若 $2f^2(B)+3f^2(C)=2f(A)\cdot f(B)\cdot f(C)+f^2(A)$，且三边 a,b,c 所对的角分别为 A,B,C，试求 $\dfrac{b\cdot f(B+C)}{c}$ 的值.

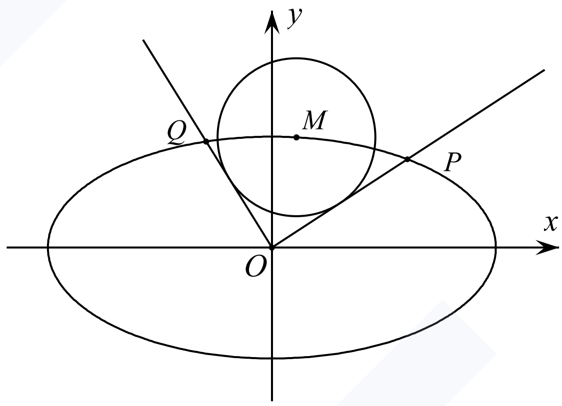
20．（本题满分 16 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 6 分）

已知 F_1,F_2 分别为椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 的左、右焦点，M 为 Γ 上的一点.

（1）若点 M 的坐标为 $(1,m)(m>0)$，求 ΔF_1MF_2 的面积

（2）若点 M 的坐标 $(0,1)$，且直线 $y=kx-\dfrac{3}{5}(k\in R)$ 与 Γ 交于两不同点 A、B，求证：$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}$ 为定值，并求出该定值；

（3）如右图，设点 M 的坐标为 (s,t)，过坐标原点 O 作圆 $M:(x-s)^2+(y-t)^2=r^2$（其中 r 为定值，$0<r<1$ 且 $|s|\neq r$）的两条切线，分别交 Γ 于点 P,Q，直线 OP,OQ 的斜率分别记为 k_1,k_2.如果 k_1k_2 为定值，试问：是否存在锐角 θ，使得 $2|OP|\cdot|OQ|=5\cdot\sec\theta$？若存在，试求出 θ 的一个值；若不存在，请说明理由.



21.（本题满分 18 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 8 分）

若有穷数列 $\{x_n\}:x_1,x_2,\cdots,x_n$ 满足 $x_{i+1}\geq x_i+t,x_i>0$（这里 $i,n\in N^*,n\geq 3,1\leq i\leq n-1$，常数 $t>0$），则称又穷数列 $\{x_n\}$ 具有性质 $P(t)$.

（1）已知有穷数列 $\{x_n\}$ 具有性质 $P(t)$（常数 $t\geq\dfrac{1}{2}$），且 $|x_2-x_1|+|x_3-x_2|+\cdots+|x_n-x_{n-1}|\leq\dfrac{n-1}{2}$，试求 t 的值；

（2）设 $a_{i+1}=2|a_i+t+2|-|a_i+t-2|$（$i$，$n\in N^*,n\geq 3,1\leq i\leq n-1$，常数 $t>2$），判断有穷数列 $\{a_n\}$ 是否具有性质 $P(t-2)$，并说明理由；

（3）若有穷数列 $\{y_n\}:y_1,y_2,\cdots,y_n$ 具有性质 $P(1)$，其各项的和为 20000，将 $y_1,y_2,\cdots,y_n$ 中的最大值记为 A，当 $A\in N^*$ 时，求 $A+n$ 的最小值.

参考答案

一. 填空题

1. $(-4,-3)$　　2. $x=-\dfrac{3}{2}$　　3. $1-\mathrm{i}$　　4. $\arccos\dfrac{4}{5}$

5. 160　　6. 4　　7. π　　8. π

9. $-\dfrac{1}{2}$　　10. $-\dfrac{63}{64}$　　11. ①④　　12. 3103

二. 选择题

13. C　　14. B　　15. C　　16. A

三. 解答题

17.（1）$\arctan\dfrac{1}{2}$；（2）$\dfrac{4\sqrt{21}}{7}$.

18.（1）$(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$；（2）$[-21,-12]$.

19.（1）$\omega=1$，$\varphi=0$；（2）1.

20.（1）$m=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$S=\dfrac{3}{2}$；（2）定值为 0；（3）不存在.