如需咨询课程，请添加微信：137 0179 5269

上海市崇明区2021届高三一模数学试卷

2020.12

一. 填空题（本大题共12题，1-6每题4分，7-12每题5分，共54分）

1. 设集合 $A=\{1,2,3\}$，集合 $B=\{3,4\}$，则 $A\cap B=$________

2. 不等式 $\dfrac{x-1}{x+2}<0$ 的解集是________

3. 已知复数 z 满足 $(\bar{z}-2)\mathrm{i}=1$（i是虚数单位），则 $z=$________

4. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{x+1}$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$，则 $f^{-1}(2)=$________

5. 点 $(0,0)$ 到直线 $x+y=2$ 的距离是________

6. 计算：$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+2+3+\cdots+n}{n(n+2)}=$________

7. 若关于 x、y 的方程组 $\begin{cases}4x+6y=1\\ax-3y=2\end{cases}$ 无解，则实数 $a=$________

8. 用数字0、1、2、3、4、5组成无重复数字的三位数，其中奇数的个数为________（结果用数值表示）

9. 若 $(2a^2+b^3)^n$ 的二项展开式中有一项为 ma^4b^{12}，则 $m=$________

10. 设 O 为坐标原点，直线 $x=a$ 与双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0$，$b>0$）的两条渐近线分别交于 D、E 两点，若 $\triangle ODE$ 的面积为1，则双曲线 C 的焦距的最小值为________

11. 已知函数 $y=f(x)$，对任意 $x\in\mathbf{R}$，都有 $f(x+2)\cdot f(x)=k$（k 为常数），且当 $x\in[0,2]$ 时，$f(x)=x^2+1$，则 $f(2021)=$________

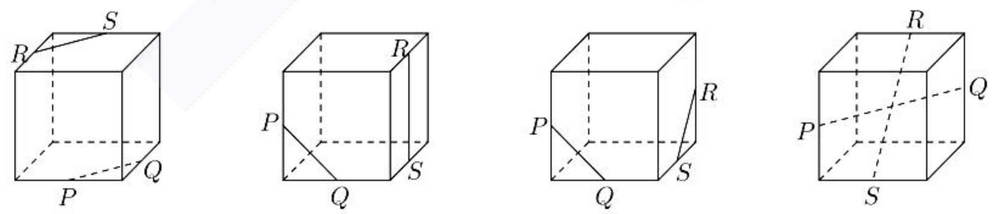
12. 已知点 D 为圆 $O:x^2+y^2=4$ 的弦 MN 的中点，点 A 的坐标为 $(1,0)$，且 $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AN}=1$，则 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OD}$ 的最大值为________

二. 选择题（本大题共4题，每题5分，共20分）

13. 若 $a<0<b$，则下列不等式恒成立的是（　　）

A. $\dfrac{1}{a}>\dfrac{1}{b}$　　B. $-a>b$　　C. $a^2>b^2$　　D. $a^3<b^3$

14. 正方体上点 P、Q、R、S 是其所在棱的中点，则直线 PQ 与 RS 异面的图形是（　　）



A.　　B.　　C.　　D.

如需咨询课程，请添加微信：137 0179 5269

15. 设$\{a_n\}$为等比数列，则“对于任意的$m \in \mathbf{N}^*$，$a_{m+2} > a_m$”是“$\{a_n\}$为递增数列”的（　　）

A. 充分不必要条件　　　　B. 必要不充分条件

C. 充要条件　　　　D. 既不充分也不必要条件

16. 设函数$y = f(x)$的定义域是$\mathbf{R}$，对于下列四个命题：

（1）若函数$y = f(x)$是奇函数，则函数$y = f(f(x))$是奇函数；

（2）若函数$y = f(x)$是周期函数，则函数$y = f(f(x))$是周期函数；

（3）若函数$y = f(x)$是单调减函数，则函数$y = f(f(x))$是单调减函数；

（4）若函数$y = f(x)$存在反函数$y = f^{-1}(x)$，且函数$y = f(x) - f^{-1}(x)$有零点，

则函数$y = f(x) - x$也有零点；

其中正确的命题共有（　　）

A. 1 个　　B. 2 个　　C. 3 个　　D. 4 个

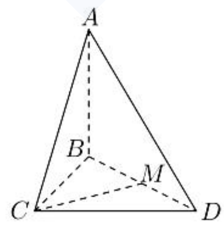
三. 解答题（本大题共 5 题，共 14+14+14+16+18=76 分）

17. 如图，已知$AB \perp$平面BCD，$BC \perp BD$，直线AD与平面BCD所成的角为30°，且$AB = BC = 2$.

（1）求三棱锥$A - BCD$的体积；

（2）设M为BD的中点，求异面直线AD与CM所成角的大小.

（结果用反三角函数值表示）



18. 已知函数$f(x) = \dfrac{1}{2}\sin 2x - \sqrt{3}\cos^2 x$.

（1）求函数$y = f(x)$的最小正周期；

（2）在$\triangle ABC$中，角A、B、C的对边分别为a、b、c，若锐角A满足

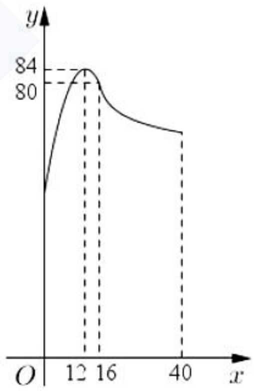
$f(A) = \dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$，$C = \dfrac{\pi}{6}$，$c = 2$，求$\triangle ABC$的面积.

如需咨询课程，请添加微信：137 0179 5269 关注公众号：上海名校卷分享
简单自助获得最全最新最丰富的上海名校试卷(期中/期末/月考/开学考/自招/一二模)

19. 研究表明：在一节 40 分钟的网课中，学生的注意力指数 y 与听课时间 x（单位：分钟）之间的变化曲线如图所示，当 $x\in[0,16]$ 时，曲线是二次函数图像的一部分；当 $x\in[16,40]$ 时，曲线是函数 $y=80+\log_{0.8}(x+a)$ 图像的一部分，当学生的注意力指数不高于 68 时，称学生处于“欠佳听课状态”.

（1）求函数 $y=f(x)$ 的解析式；

（2）在一节 40 分钟的网课中，学生处于“欠佳听课状态”的时间有多长？（精确到 1 分钟）



20. 已知椭圆 $\Gamma:\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 的左右顶点分别为 A、B，P 为直线 $x=4$ 上的动点，直线 PA 与椭圆 Γ 的另一交点为 C，直线 PB 与椭圆 Γ 的另一交点为 D.

（1）若点 C 的坐标为 $(0,1)$，求点 P 的坐标；

（2）若点 P 的坐标为 $(4,1)$，求以 BD 为直径的圆的方程；

（3）求证：直线 CD 过定点.

如需咨询课程，请添加微信：137 0179 5269

21. 对于数列$\{a_n\}$，若从第二项起的每一项均大于该项之前的所有项的和，则称$\{a_n\}$为P数列.

（1）若数列1，2，x，8是P数列，求实数x的取值范围；

（2）设数列a_1，a_2，a_3，$\cdots$，a_{10}是首项为-1、公差为d的等差数列，若该数列是P数列，求d的取值范围；

（3）设无穷数列$\{a_n\}$是首项为a、公比为q的等比数列，有穷数列$\{b_n\}$、$\{c_n\}$是从$\{a_n\}$中取出部分项按原来的顺序所组成的不同数列，起所有项和分别记为T_1、T_2，求证：当$a>0$且$T_1=T_2$时，数列$\{a_n\}$不是P数列.

如需咨询课程，请添加微信：137 0179 5269

参考答案

一. 填空题

1. $\{3\}$　　2. $(-2,1)$　　3. $2+\mathrm{i}$　　4. $-\dfrac{1}{2}$

5. $\sqrt{2}$　　6. $\dfrac{1}{2}$　　7. -2　　8. 48

9. 60　　10. $2\sqrt{2}$　　11. 2　　12. 2

二. 选择题

13. D　　14. B　　15. C　　16. B

三. 解答题

17.（1）$\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$；（2）$\arccos\dfrac{3\sqrt{7}}{14}$.

18.（1）$f(x)=\sin(2x-\dfrac{\pi}{3})-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，$T=\pi$；（2）$A=\dfrac{\pi}{4}$，$a=2\sqrt{2}$，$S=1+\sqrt{3}$.

19.（1）$f(x)=\begin{cases}-0.25(x-12)^2+84, & x\in[0,16]\\ \log_{0.8}(x-15)+80, & x\in[16,40]\end{cases}$；（2）$f(x)\le 68$，约 14 分钟.

20.（1）$P(4,3)$；（2）$(x-1)^2+(y+\dfrac{1}{2})^2=\dfrac{5}{4}$；（3）$(1,0)$.

21.（1）$(3,5)$；（2）$(0,\dfrac{8}{27})$；（3）略.