2021届奉贤区高考数学一模

一. 填空题（本大题共12题，1-6每题4分，7-12每题5分，共54分）

1. 已知椭圆$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{4}=1$上的一点$P$到椭圆一个焦点的距离为6，则点$P$到另一个焦点的距离为________

2. 在$(x-\frac{1}{x})^6$展开式中，常数项为________（用数值表示）

3. 若实数x、y满足$\begin{cases} x\ge 0 \\ y\le 1 \\ x-2y\le 0 \end{cases}$，则$z=x+y$的最大值为________

4. 复数$\frac{2+4\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$的虚部是________

5. 设集合$A=\{x\,|\,y=\lg(x^2-4x+5)\}$，则$A=$________

6. 已知函数$f(x)=\sin(3x+\varphi)$（$-\frac{\pi}{2}<\varphi<\frac{\pi}{2}$）的图像关于直线$x=\frac{\pi}{4}$对称，则$\varphi=$_____

7. 等差数列$\{a_n\}$中，公差为d，设S_n是$\{a_n\}$的前n项之和，且$d>1$，计算$\lim\limits_{n\to\infty}(\frac{S_n}{(n+1)a_n}+\frac{1}{d^n})=$_____

8. 若抛物线$y^2=8x$的准线与曲线$\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{4}=1$（$y\ge 0$）只有一个交点，则实数$a$满足的条件是________

9. 某工厂生产A、B两种型号的不同产品，产品数量之比为$2:3$，用分层抽样的方法抽出一个样本容量为n的样本，则其中A种型号的产品有14件，现从样本中抽出两件产品，此时含有A型号产品的概率为___

10. 对于正数a、b，称$\frac{a+b}{2}$是a、b的算术平均值，并称$\sqrt{ab}$是a、b的几何平均值，设$x>1$，$y>1$，若$\ln x$、$\ln y$的算术平均值是1，则e^x、e^y的几何平均值（e是自然对数的底）的最小值是________

11. 在棱长为1的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点P_1、P_2分别是线段AB、BD_1（不包括端点）上的动点，且线段P_1P_2平行于平面A_1ADD_1，则四面体$P_1P_2AB_1$的体积的最大值是____

12. 已知$y=f(x)$是奇函数，定义域为$[-1,1]$，当$x>0$时，$f(x)=|(\frac{1}{2})^{2x-1}-x^{\alpha}|-1$（$\alpha>0$，$\alpha\in\mathbf{Q}$），当函数$g(x)=f(x)-t$有3个零点时，则实数$t$的取值范围是________

二. 选择题（本大题共4题，每题5分，共20分）

13. 已知$a,b\in\mathbf{R}$，则“$2^a>2^{|b|}$”是“$a^2>b^2$”的（　　）

A. 充分非必要条件　　*B.* 必要非充分条件

C. 充要条件　　*D.* 既非充分又非必要条件

14. 设$\vec{d}$是直线$l_1:a_1x+b_1y+c_1=0$的一个方向向量，$\vec{n}$是直线$l_2:a_2x+b_2y+c_2=0$的一个法向量，设向量$\vec{d}$与向量$\vec{n}$的夹角为θ，则$|\cos\theta|$为（　　）

A. $\dfrac{|a_1a_2+b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$　　B. $\dfrac{|a_1a_2-b_1b_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$

C. $\dfrac{|a_1b_2-a_2b_1|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$　　D. $\dfrac{|a_1b_2+a_2b_1|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$

15. 已知垂直竖在水平地面上相距 20 米的两根旗杆的高分别为 10 米和 15 米，地面上的动点 P 到两旗杆顶点的仰角相等，则点 P 的轨迹是（　　）

A. 椭圆　　B. 圆　　C. 双曲线　　D. 抛物线

16. 黎曼函数是一个特殊的函数，由德国著名的数学家伯恩哈德·黎曼发现提出，在高等数学中有着广泛的应用，其定义黎曼函数 $R(x)$ 为：当 $x=\dfrac{q}{p}$（p、q 为正整数，$\dfrac{q}{p}$ 是既约真分数）时 $R(x)=\dfrac{1}{p}$，当 $x=0$ 或 $x=1$ 或 x 为 $[0,1]$ 上的无理数时 $R(x)=0$，已知 a、b、$a+b$ 都是区间 $[0,1]$ 内的实数，则下列不等式一定正确的是（　　）

A. $R(a+b)\geq R(a)+R(b)$　　B. $R(a\cdot b)\geq R(a)\cdot R(b)$

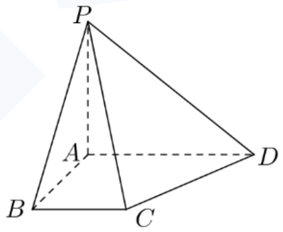
C. $R(a+b)\leq R(a)+R(b)$　　D. $R(a\cdot b)\leq R(a)\cdot R(b)$

三. 解答题（本大题共 5 题，共 14+14+14+16+18=76 分）

17. 如图，在四棱锥 $P-ABCD$ 中，已知 $PA\perp$ 平面 $ABCD$，且四边形 $ABCD$ 为直角梯形，$\angle ABC=\angle BAD=\dfrac{\pi}{2}$，$AD=2$，$AB=BC=1$.

（1）当四棱锥 $P-ABCD$ 的体积为 1 时，求异面直线 AC 与 PD 所成角的大小；

（2）求证：$CD\perp$ 平面 PAC.



18. 在不考虑空气阻力的情况下火箭的最大速度 v（单位：m/s）和燃料的质量 M（单位：kg），火箭（除燃料外）的质量 m（单位：kg）满足 $e^v=(1+\dfrac{M}{m})^{2000}$（$e$ 为自然对数的底）.

（1）当燃料质量 M 为火箭（除燃料外）质量 m 的两倍时，求火箭的最大速度；

（单位：m/s，结果精确到 0.1）

（2）当燃料质量 M 为火箭（除燃料外）质量 m 的多少倍时，火箭的最大速度可以达到 8000 m/s.

（结果精确到 0.1）

19. 在① $ac=\sqrt{3}$；② $c\sin A=3$；③ 三边成等比数列；这三个条件中任选一个，补充在下面问题中，若问题中的三角形存在，求解此三角形的边长和角的大小，若问题中的三角形不存在，请说明理由.

问题：是否存在$\triangle ABC$，它的内角A、B、C的对边分别为a、b、c，且$\sin A=\sqrt{3}\sin B$，$C=\dfrac{\pi}{6}$，________.

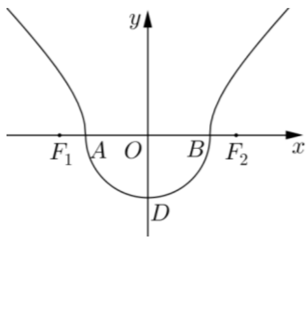
注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

20. 如图，曲线τ的方程是$x^2-y|y|=1$，其中A、B为曲线与x轴的交点，A点在B点的左边，曲线τ与y轴的交点为D，已知$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，$c>0$，$\triangle DBF_1$的面积为$\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$.

（1）过点B作斜率为k的直线l交曲线τ于P、Q两点（异于B点），点P在第一象限，设点P的横坐标为x_P，Q的横坐标为x_Q，求证：$x_P\cdot x_Q$是定值；

（2）过点F_2的直线n与曲线τ有且仅有一个公共点，求直线n的倾斜角范围；

（3）过点B作斜率为k的直线l交曲线τ于P、Q两点（异于B点），点P在第一象限，当$\overrightarrow{F_1P}\cdot\overrightarrow{F_1Q}=3+2\sqrt{2}$时，求$|\overrightarrow{AP}|=\lambda|\overrightarrow{AQ}|$成立时$\lambda$的值.



21. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_n \neq 0$恒成立.

（1）若$a_n a_{n+2} = k a_{n+1}^2$且$a_n > 0$，当$\{\lg a_n\}$成等差数列时，求$k$的值；

（2）若$a_n a_{n+2} = 2a_{n+1}^2$且$a_n > 0$，当$a_1 = 1$，$a_4 = 16\sqrt{2}$时，求a_2以及a_n的通项公式；

（3）若$a_n a_{n+2} = -\frac{1}{2} a_{n+1} a_{n+3}$，$a_1 = -1$，$a_3 \in [4,8]$，$a_{2020} < 0$，设$S_n$是$\{a_n\}$的前$n$项之和，求$S_{2020}$的最大值.

参考答案

一. 填空题

1. 2　　2. -20　　3. 3　　4. 1

5. $\mathbf{R}$　　6. $-\dfrac{\pi}{4}$　　7. $\dfrac{1}{2}$　　8. $(-\infty,0)\cup[4,+\infty)$

9. $\dfrac{2}{5}$　　10. e^{e}　　11. $\dfrac{1}{24}$　　12. $(-1,-\dfrac{1}{2}]\cup\{0\}\cup[\dfrac{1}{2},1)$

二. 选择题

13. A　　14. C　　15. B　　16. B

三. 解答题

17.（1）$\dfrac{\pi}{3}$；（2）证明略.

18.（1）2197.2；（2）53.6.

19. 选①，三边长为$a=\sqrt{3}$，$b=1$，$c=1$；三内角为$A=\dfrac{2\pi}{3}$，$B=\dfrac{\pi}{6}$，$C=\dfrac{\pi}{6}$.

20.（1）为定值 1，证明略；（2）$[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}]$；（3）$\lambda=3+2\sqrt{2}$.

21.（1）$k=1$；（2）$a_2=\sqrt{2}$，$a_n=(\sqrt{2})^{(n-1)^2}$；（3）$(S_{2020})_{\max}=\dfrac{1-2^{1010}}{3}$.