嘉定区2021届第一次高考模拟考试试卷

数　　学

考生注意：

1．本试卷共4页，21道试题，满分150分，考试时间120分钟．
2．本试卷分设试卷和答题纸．试卷包括试题与答题要求．作答必须涂（选择题）或写（非选择题）在答题纸上，在试卷上作答一律不得分．
3．答卷前，务必用钢笔或圆珠笔在答题纸正面清楚地填写姓名、准考证号码等相关信息．

一、填空题（本大题共有12题，满分54分，其中1～6题每题4分，7～12题每题5分）

【考生应在答题纸相应编号的空格内直接填写结果．】

1.已知集合 $A=\{0,2,4\}$, $B=(0,+\infty)$,则 $A\cap B=$_____.

2.抛物线 $y^2=4x$ 的焦点坐标为_____.

3.不等式 $\begin{vmatrix} x & 4 \\ 1 & x \end{vmatrix} \le 0$ 的解为_____.

4.已知复数 z 满足 $(1+i)\cdot z=2$（i 为虚数单位），则 $|z|=$_____.

5.已知角 α 的顶点为坐标原点，始边为 x 轴的正半轴，终边经过点 $P(3,4)$，则 $\tan\left(\dfrac{\pi}{2}+\alpha\right)=$_____.

6.设函数 $f(x)=a^{x+1}-2(a>1)$ 的反函数为 $y=f^{-1}(x)$，若 $f^{-1}(2)=1$， $f(2)=$_____.

7.设各项均为正数的无穷等比数列 $\{a_n\}$ 满足：$a_1=1$，$a_2+2a_3=1$，则数列 $\{a_n\}$ 的各项的和为_____.

8.在△ABC 中，$\angle A=90^\circ$，$AB=3$，$AC=4$，将△ABC 绕边 AC 所在直线旋转一周得到几何体 Γ，则 Γ 的侧面积为_____.

9. 在△ABC 中，$AB=1$，$AC=2$，$\overrightarrow{CE}=\dfrac{1}{6}\overrightarrow{CB}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CA}$，则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{BC}=$_____.

10.甲和乙等5名志愿者参加进博会 A、B、C、D 四个不同的岗位服务，每人一个岗位，每个岗位至少1人，且甲和乙不在同一个岗位服务，则共有_____种不同的参加方法（结果用数值表示）.

11.设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，首项 $a_1>0$，公差 $d<0$，若对任意的 $n\in N^*$，总存在 $k\in \mathbf{N}^*$，使 $S_{2k-1}=(2k-1)S_n$. 则 $k-3n$ 的最小值为_____.

12.已知函数 $f(x)=x|x-a|+3x$，若存在 $a\in[-3,4]$，使得关于 x 的方程 $f(x)=tf(a)$ 有三个不相等的实数根，则实数 t 的取值范围是_____.

二、选择题（本大题共有 4 题，满分 20 分）

13.已知$x\neq 0$，$n\in N^*$，则“$n=2$”是“$\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^n$的二项展开式中存在常数项”的（　　）

A.充分非必要条件　　*B*.必要非充分条件　　*C*.充要条件　　*D*.既非充分又非必要条件

14.已知a、$b\in R$，且$a>b$，则下列不等式恒成立的是（　　）

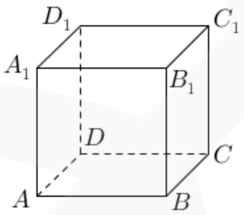
A.$\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$　　*B*.$\ln a>\ln b$　　*C*.$a^2>b^2$　　*D*.$2^a>2^b$

15.过双曲线$C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$的右顶点作$x$轴的垂线与$C$的一条渐近线相交于点$A$，若以$C$的右焦点为圆心，以$2$为半径的圆经过$A$、$O$两点（$O$为坐标原点），则双曲线$C$的方程为（　　）

A.$\dfrac{x^2}{3}-y^2=1$　　*B*.$x^2-\dfrac{y^2}{3}=1$　　*C*.$\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2}=1$　　*D*.$\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{6}=1$

16.如图，在棱长为 2 的正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$中，点P是该正方体棱上一点.若满足$|PB|+|PC_1|=m\ (m>0)$的点的个数为 4，则m的取值范围是（　　）

A.$\left[2\sqrt{2},4\right]$　　*B*.$\left[4,2+2\sqrt{3}\right]$　　*C*.$\left[4,4\sqrt{2}\right]$　　*D*.$\left[2+2\sqrt{3},4\sqrt{2}\right]$



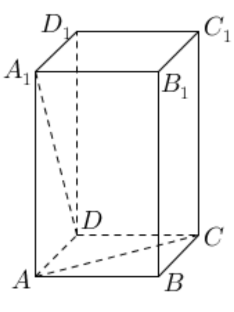
三、解答题(本大题共有 5 题,满分 76 分)解答下列各题必须在答题纸的相应位置写出必要的步骤

17.(本题满分 14 分,第 1 小题满分 6 分,第 2 小题满分 8 分)

如图，正四棱柱$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的底面边长为2，$A_1D=4$.

（1）求该正四棱柱的表面积和体积；

（2）求异面直线A_1D与AC所成的角的大小（结果用反三角函数值表示）



18. (本题满分 14 分,第 1 小题满分 6 分,第 2 小题满分 8 分)

已知函数 $f(x)=\cos(\omega x)(\omega>0)$ 的最小正周期为 π.

（1）求 ω 的值及函数 $g(x)=\sqrt{3}f(\frac{\pi}{4}-x)-f(x),x\in[0,\frac{\pi}{2}]$ 的值域;

（2）在 ΔABC 中，内角 A，B，C 所对应的边长分别为 a，b，c，若 $A\in(0,\frac{\pi}{2})$，$f(A)=-\frac{1}{2}$，ΔABC 的面积为 $3\sqrt{3}$，$b-c=2$，求 a 的值.

19. (本题满分 14 分,第 1 小题满分 6 分,第 2 小题满分 8 分)

提高隧道的车辆通行能力可改善附近路段高峰期间的交通状况.在一般情况下，隧道内的车流速度 v（单位：千米/小时）和车流密度 x（单位：辆/千米）满足关系式:

$$v=\begin{cases}50, & 0<x\le 20\\ 60-\dfrac{k}{140-x}, & 20<x\le 120\end{cases}\left(k\in R\right).$$

研究表明：当隧道内的车流密度达到 120 辆/千米时造成堵塞，此时车流速度是 0 千米/小时.

（1）若车流速度 v 不小于 40 千米/小时，求车流密度 x 的取值范围;

（2）隧道内的车流量 y（单位时间内通过隧道的车辆数，单位：辆/小时）满足 $y=x\cdot v$，求隧道内车流量的最大值（精确到 1 辆/小时），并指出当车流量最大时的车流密度.

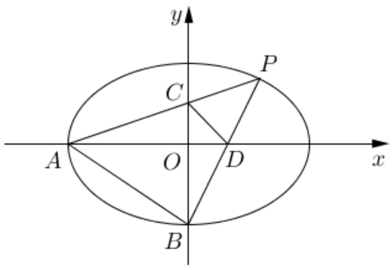
20. (本题满分 16 分,第 1 小题满分 4 分,第 2 小题满分 6 分,第 3 小题满分 6 分)

在平面直角坐标系 xOy 中，已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的长轴长为 6，且经过点 $Q(\frac{3}{2},\sqrt{3})$，A 为左顶点，B 为下顶点，椭圆上的点 P 在第一象限，PA 交 y 轴于点 C，PB 交 x 轴于点 D。

（1）求椭圆的标准方程

（2）若 $\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{OC}=\vec{0}$，求线段 PA 的长

（3）试问：四边形 $ABCD$ 的面积是否为定值？若是，求出该定值，若不是，请说明理由



21.(本题满分 18 分,第 1 小题满分 4 分,第 2 小题满分 6 分,第 3 小题满分 8 分)

若有穷数列 $\{a_n\}$ 满足: $0\le a_1<a_2<\cdots<a_k\left(k\in N^*,k\ge3\right)$ 且对任意的 $i,j(1\le i\le j\le k)$,

a_j+a_i 与 a_j-a_i 至少有一个是数列 $\{a_n\}$ 中的项,则称数列 $\{a_n\}$ 具有性质 P

(1)判断数列 1,2,4,8 是否具有性质 P,并说明理由;

(2)设项数为 $k(k\in N^*,k\ge3)$ 的数列 $\{a_n\}$ 具有性质 P ,求证：$ka_k=2\left(a_1+a_2+\cdots+a_{k-1}+a_k\right)$;

3)若项数为 $k(k\in N^*,k\ge3)$ 的数列 $\{a_n\}$ 具有性质 P ,写出一个当 $k=4$ 时，$\{a_n\}$ 不是等差数列的例子,并证明当 $k>4$ 时,数列 $\{a_n\}$ 是等差数列

参考答案

一. 填空题

1. $\{2,4\}$　　2. $(1,0)$　　3. $-2 \le x \le 2$　　4. $\sqrt{2}$

5. $-\dfrac{3}{4}$　　6. 6　　7. $\dfrac{2}{3}$　　8. 15π

9. $\dfrac{1}{2}$　　10. 216　　11. -8　　12. $(1,\dfrac{49}{48})$

二. 选择题

13. A　　14. D　　15. B　　16. B

三. 解答题

17.（1）$S_{表}=8+16\sqrt{3}$，$V=8\sqrt{3}$；（2）$\arccos\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

18.（1）$\omega=2$，值域为$[-1,2]$；（2）$a=4$.

19.（1）$0<x\le 80$；

（2）隧道内车流量的最大值约为 3250 辆/小时，此时车流密度约为 87 辆/千米.

20.（1）$\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$；（2）$AP=\dfrac{8\sqrt{10}}{5}$；（3）四边形 $ABCD$ 的面为定值 6.

21.（1）不具有性质 P；（2）证明略；

（3）数列 0，1，4，5 具有性质 P，但该数列不是等差数列，证明略.