杨浦区 2020 学年度第一学期高三年级模拟质量调研

数学学科试卷 2020.12.

一、填空题（本大题共有 12 题，满分 54 分，第 1～6 题每题 4 分，第 7～12 题每题 5 分）考生应在答题纸的相应位置填写结果.

1. 设全集$U=\mathbf{R}$，$A=(-\infty,2)$，则$\complement_U A=$__________.

2. 设复数$z=1-2\mathrm{i}$，(i是虚数单位)，则$|z|=$__________.

3. 若关于x,y的方程组$\begin{cases}2x+y=4\\3x-ay=8\end{cases}$无解，则实数$a=$__________.

4. 已知球的半径为 2，则它的体积为__________.

5. 若直线$l_1:2x+my+1=0$与$l_2:y=3x-1$互相垂直，则实数$m=$__________.

6. 已知$\sin\alpha=-\dfrac{\sqrt{5}}{5},\alpha\in\left(-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right)$，则$\sin\left(\alpha+\dfrac{\pi}{2}\right)=$__________.

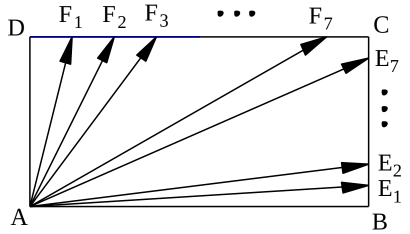
7. 已知$\left(x+\dfrac{2}{x}\right)^n$的二项展开式中，所有二项式系数的和为$256$，则展开式中的常数项为__________(结果用数值表示).

8. $f(x)$是偶函数，当$x\ge 0$时，$f(x)=2^x-1$，则不等式$f(x)>1$的解集为__________.

9. 方程$1+\log_2 x=\log_2(x^2-3)$的解为__________.

10. 平面直角坐标系中，满足到$F_1(-1,0)$的距离比到$F_2(1,0)$的距离大1的点的轨迹为曲线T，点$P_n(n,y_n)$(其中$y_n>0$，$n\in\mathbf{N}^*$)是曲线T上的点，原点O到直线P_nF_2的距离为d_n，则$\lim\limits_{n\to\infty}d_n=$__________.

11. 如图所示矩形$ABCD$中，$AB=2$，$AD=1$，分别将边BC与DC等分成 8 份，并将等分点自下而上依次记作$E_1,E_2,\cdots,E_7$，自左到右依次记作$F_1,F_2,\cdots,F_7$，满足$\overrightarrow{AE_i}\cdot\overrightarrow{AF_j}\le 2$，(其中$i,j\in\mathbf{N}^*$，$1\le i,j\le 7$)的有序数对$(i,j)$共有______对.



12. 已知函数$y=f(x)$在定义域$\mathbf{R}$上是单调函数，值域为$(-\infty,0)$，满足$f(-1)=-\dfrac{1}{3}$，且对于任意$x,y\in\mathbf{R}$，都有$f(x+y)=-f(x)f(y)$．$y=f(x)$的反函数为$y=f^{-1}(x)$，若将$y=kf(x)$(其中常数$k>0$)的反函数

的图像向上平移 1 个单位，将得到函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图像，则实数 k 的值为________.

二、选择题（本题共有 4 题，满分 20 分，每题 5 分）每题有且只有一个正确选项，考生应在答题纸的相应位置，将代表正确选项的小方格涂黑.

13. 设 $a>b>0$，$c\neq0$，则下列不等式中，恒成立的是（　　）

A. $\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　B. $ac^2>bc^2$　　C. $ac>bc$　　D. $\frac{c}{a}<\frac{c}{b}$

14. 下列函数中，值域为 $(0,+\infty)$ 的是（　　）

A、$y=x^2$　　B、$y=\frac{2}{x}$　　C、$y=2^x$　　D、$y=|\log_2 x|$

15. 从正方体的 8 个顶点中选取 4 个作为顶点，可得到四面体的个数为（　　）

A. C_8^4-12　　B. C_8^4-8　　C. C_8^4-6　　D. C_8^4-4

16. 设集合 $A=\{y\mid y=a^x,\ x>0\}$（其中常数 $a>0,\ a\neq1$），$B=\{y\mid y=x^k,\ x\in A\}$（其中常数 $k\in\mathbf{Q}$），则"$k<0$"是"$A\cap B=\varnothing$"的（　　）

A. 充分非必要条件　　B. 必要非充分条件

C. 充分必要条件　　D. 既非充分又非必要条件

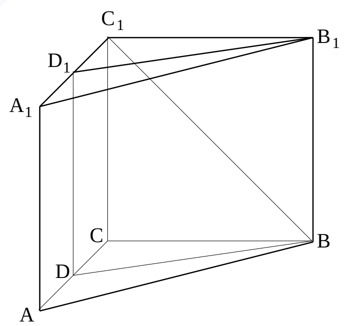
三、解答题（本大题共有 5 题，满分 76 分）解答下列各题必须在答题纸的相应位置写出必要的步骤.

17.（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

如图所示，在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，底面是等腰直角三角形，$\angle ACB=90^\circ$，$CA=CB=CC_1=2$. 点 D, D_1 分别是棱 AC, A_1C_1 的中点.

(1) 求证：D, B, B_1, D_1 四点共面；

(2) 求直线 BC_1 与平面 DBB_1D_1 所成角的大小.



18．（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

设常数 $k\in\mathbf{R}$，$f(x)=k\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x\cos x$，$x\in\mathbf{R}$.

（1）若 $f(x)$ 是奇函数, 求实数 k 的值;

（2）设 $k=1$，$\triangle ABC$ 中, 内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c . 若 $f(A)=1$，$a=\sqrt{7}$，$b=3$，求 $\triangle ABC$ 的面积 S .

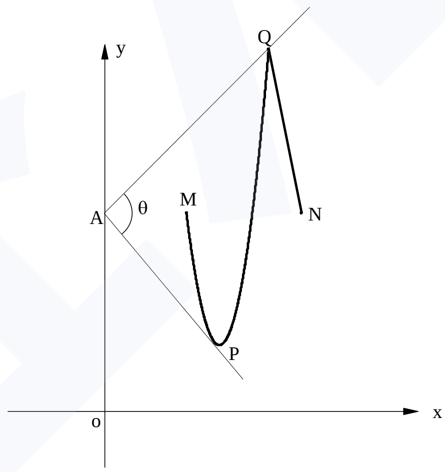
19．（本题满分 14 分，第 1 小题满分 6 分，第 2 小题满分 8 分）

某校运会上无人机飞行表演，在水平距离 $x\in[10,24]$（单位：米）内的飞行轨迹如图所示，y 表示飞行高度（单位：米）.其中当 $x\in[10,20]$ 时，轨迹为开口向上的抛物线的一段（端点为 M、Q ），当 $x\in[20,24]$ 时，轨迹为线段 QN ，经测量，起点 $M(10,24)$，终点 $N(24,24)$，最低点 $P(14,8)$.

（1）求 y 关于 x 的函数解析式;

（2）在 $A(0,24)$ 处有摄像机跟踪拍摄，为确保始终拍到无人机，求拍摄视角 θ 的最小值.

(精确到 0.1° ）



20.（本题满分 16 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 6 分）

设 A_1, A_2 分别是椭圆 Γ: $\dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1(a>1)$ 的左、右顶点，点 B 为椭圆的上顶点.

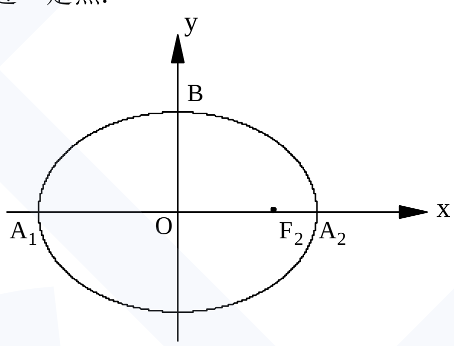
（1）若 $\overrightarrow{A_1B}\cdot\overrightarrow{A_2B}=-4$，求椭圆 Γ 的方程;

（2） 设 $a=\sqrt{2}$，F_2 是椭圆的右焦点，点 Q 是椭圆第二象限部分上一点，若线段 F_2Q 的中点 M 在 y 轴上，

求 $\triangle F_2BQ$ 的面积.

（3）设 $a=3$，点 P 是直线 $x=6$ 上的动点，点 C 和 D 是椭圆上异于左右顶点的两点，且

C , D 分别在直线 PA_1 和 PA_2 上，求证：直线 CD 恒过一定点.



21.（本题满分 18 分，第 1 小题满分 4 分，第 2 小题满分 6 分，第 3 小题满分 8 分）

设数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 满足：$\{a_n\}$ 的各项均为正数，$b_n=\cos a_n$，$n\in\mathbf{N}^*$.

（1）设 $a_2=\dfrac{3\pi}{4}$, $a_3=\dfrac{\pi}{3}$，若 $\{b_n\}$ 是无穷等比数列，求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

（2）设 $0<a_1\le\dfrac{\pi}{2}$. 求证：不存在递减的数列 $\{a_n\}$，使得 $\{b_n\}$ 是无穷等比数列;

（3）当 $1\le n\le 2m+1$ 时，$\{b_n\}$ 为公差不为 0 的等差数列且其前 $2m+1$ 的和为 0；若对任意满足条件

$0<a_n\le 6\pi\ (1\le n\le 2m+1)$ 的数列 $\{a_n\}$，其前 $2m+1$ 项的和 S_{2m+1} 均不超过 100π，求正整数 m 的最大值.

参考答案

1、$[2,+\infty)$　　2、$\sqrt{5}$　　3、$-\dfrac{3}{2}$　　4、$\dfrac{32\pi}{3}$　　5、6

6、$\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$　　7、1120　　8、$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　　9、$x=3$

10、$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　11、18 对　　12、3

13-16、BCAA

17、（1）证明略；（2）$\arcsin\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

18、（1）$k=0$；（2）$\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ 或 $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$

19、（1）$y=\begin{cases}(x-14)^2+8, & x\in[10,20]\\ -5x+144, & x\in(20,24]\end{cases}$；（2）$94.4^\circ$

20、（1）$\dfrac{x^2}{5}+y^2=1$；（2）$1-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$；（3）$\left(\dfrac{3}{2},0\right)$

21、（1）$b_n=\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$；（2）证明略；（3）8